

Tema scritto valido per l'esame di

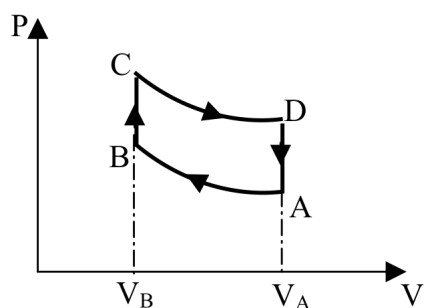
Fisica Generale III U.D.

Appello di Settembre 2008

Problema 1

Si consideri il ciclo mostrato in figura: le trasformazioni AB e CD sono adiabatiche, le BC e DA isocore. Nell'ipotesi che il fluido termodinamico sia una mole di un gas perfetto monoatomico, e sapendo che $T_C = 40\text{ K}$ e $T_B = 25\text{ K}$ e supponendo inoltre che il rapporto di compressione $V_A/V_B = 5$, calcolare:

- L'espressione del calore scambiato nelle singole trasformazioni del ciclo
- Il rendimento del ciclo



Problema 2

Un cilindro adiabatico munito di pistone perfettamente scorrevole contiene 5 moli di gas ideale biatomico in equilibrio. Raddoppiando bruscamente la pressione esterna, il gas raggiunge lo stato di equilibrio finale. Sapendo che la temperatura iniziale è $T_1 = 300\text{ K}$, calcolare la variazione di energia interna e di entropia tra i due stati. Si supponga che i gradi di libertà di vibrazione del gas non siano attivati.

Soluzioni

Problema 1

Si osservi che, poichè le trasformazioni CD e BA sono adiabatiche

$$Q_{CD} = Q_{BA} = 0,$$

Dalle equazioni relative alle trasformazioni adiabatiche, osservando che si ha $V_C = V_B$ e che $V_D = V_A$. Si trova il sistema

$$T_C V_B^{\gamma-1} = T_D V_A^{\gamma-1}$$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$$

da cui

$$\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_D - T_A = 15 \left(\frac{1}{5} \right)^{0,7} = 4,86 \text{ K}$$

a)

L'espressione del calore scambiato nelle singole trasformazioni del ciclo è data da

$$Q_{BC} = nC_V(T_C - T_B)$$

$$Q_{DA} = nC_V(T_A - T_D)$$

b)

Si osservi che il calore viene ceduto nella trasformazione DA e assorbito nella trasformazione BC. Quindi

$$\eta = 1 + \frac{Q_{\text{ced}}}{Q_{\text{ass}}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{T_A - T_D}{2}$$

Quindi il rendimento del ciclo è

$$\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 0,675$$

Problema 2

Assumendo che i gradi di libertà vibrazionali non siano attivi, le molecole biatomiche hanno 3 gradi di libertà traslazionali e 2 rotazionali.

Dal teorema di equiripartizione dell'energia, assumendo il gas ideale, si ha

$$U = N \langle E_k \rangle = 5/2 NR T, \text{ quindi } cv = 5/2 R.$$

Quindi, per un gas biatomico senza gradi di liberta' vibrazionali $\gamma = 1,4$.

Siano P_1 e V_1 rispettivamente la pressione ed il volume iniziale del gas. Dalla prima legge della termodinamica si ha, essendo $Q=0$

$$\Delta U = -\mathcal{L}, \quad \Rightarrow \quad nC_V(T_2 - T_1) = 2p_1(V_1 - V_2).$$

NB: NON E' POSSIBILE UTILIZZARE L'EQUAZIONE

$$PV^\gamma = \text{cost}$$

PERCHE' IL SISTEMA NON PASSA PER INFINITI STATI DI EQUILIBRIO

Tenendo presente l'equazione di stato per gli stati iniziali e finali, (che sono all'equilibrio, termodinamico) si ricava

$$nC_V(T_2 - T_1) = 2p_1 \left(\frac{nRT_1}{p_1} - \frac{nRT_2}{2p_1} \right).$$

da cui

$$T_2 = \frac{2\gamma - 1}{\gamma} T_1 = 385,7 K,$$

Questo permette di determinare immediatamente la variazione di energia interna.

La variazione di entropia risulta invece

$$\Delta S = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{T_2}{2T_1} = 7,8 J/K,$$