

Fisica Generale 3

Prova scritta – 21 luglio 2008

Problema 1

Due moli di gas ideale sono contenute in un cilindro posto in posizione verticale e munito di un pistone di area S e massa trascurabile, che può scorrere senza attrito. Il cilindro può scambiare calore solamente con un serbatoio alla temperatura $T_0=240$ K, con il quale si trova inizialmente in equilibrio termico. La pressione iniziale agente sul pistone è $p_0=1$ bar.

Ad un certo istante viene appoggiata sul pistone una massa $M=100$ Kg. Il pistone si abbassa fino a raggiungere una nuova posizione di equilibrio. La variazione di quota del pistone è $\Delta h = 10$ cm.

Determinare:

a) la pressione finale del gas; b) il raggio del cilindro e l'altezza del pistone all'inizio e alla fine; c) la quantità di calore scambiata con il serbatoio; d) la variazione di entropia dell'universo.

Problema 2

Un litro di liquido di densità 1.5×10^3 Kg/m³ e calore specifico $c_p=c = 5$ J/g K, si trova alla pressione atmosferica ed alla temperatura ambiente di 300 K ed è posto in un recipiente adiabatico. Il liquido viene mescolato mediante un mulinello, azionato da un motore che consuma energia elettrica ad una potenza di 1000 Watt. Calcolare la variazione di entropia del fluido dopo un minuto di funzionamento del mulinello (si trascuri il surriscaldamento del motore dovuto all'attrito interno).

Al termine di questo processo, il fluido viene estratto dal recipiente adiabatico e posto in una provetta a contatto termico con il laboratorio, che si trova a temperatura ambiente. Si calcoli la variazione di entropia del laboratorio.

Soluzioni

Problema 1

Si parte dell'equazione di stato per i due stati di equilibrio, iniziale e finale:

$$p_0 h_0 S = nRT_0 \quad ; \quad p h S = nRT_0$$

dove h_0 e h sono le due quote iniziale e finale del pistone. La pressione finale è $p = p_0 + Mg/S$, mentre la quota finale è $(h_0 - \Delta h)$. La seconda equazione diventa

$$(p_0 S + Mg) (h_0 - \Delta h) = nRT_0$$

Si può eliminare l'incognita h_0 usando la prima equazione di stato:

$$(p_0 S + Mg) [(nRT_0/p_0 S) - \Delta h] = nRT_0$$

Questa contiene una sola incognita, la sezione S . Può essere riscritta nella forma

$$S^2 + (Mg/p_0) S - nRT_0 Mg/(p_0 \Delta h) = 0$$

che ammette un'unica soluzione fisicamente accettabile

$$S = (Mg/2p_0) \{ -1 + [1 + 4 nRT_0/(Mg \Delta h)]^{1/2} \}$$

Con i dati numerici a disposizione risulta $S = 571 \text{ cm}^2$, pari ad un raggio di 13.5 cm . L'altezza iniziale del cilindro h_0 può essere ricavata da $p_0 h_0 S = nRT_0$, e vale 69 cm . L'altezza finale è $(h_0 - \Delta h)$ e vale 59 cm . Avendo S si può calcolare $p = p_0 + Mg/S = 1.185 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 1.17 \text{ bar}$

Dato che la temperatura iniziale e finale è la stessa, il gas ideale non cambia la sua energia interna. Per il I principio il calore scambiato con il serbatoio deve essere pari al lavoro. Il lavoro fatto dal gas non è direttamente calcolabile, perché la trasformazione non è quasistatica. Può essere invece calcolato il lavoro fatto dalle forze esterne sul gas, dato che la forza è costante durante la trasformazione. Tale lavoro è positivo e vale

$$W = (p_0 S + Mg) \Delta h$$

Il lavoro compiuto dal gas è uguale in modulo, ma negativo. Ne segue che il calore è pure negativo (viene ceduto dal gas al serbatoio) e vale in modulo

$$|Q| = (p_0 S + Mg) \Delta h = p S \Delta h = 677 \text{ J}$$

Per l'entropia si ottiene:

$$\Delta S_{\text{gas}} = -nR \log(p/p_0) = -nR \log[(p_0 + Mg/S)/p_0] = -2.61 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{amb}} = |Q|/T_0 = 2.82 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{amb}} = 0.21 \text{ J/K}$$

La variazione di entropia dell'universo è positiva, come dev'essere. La trasformazione è irreversibile.

Problema 2

La massa m del liquido si ottiene moltiplicando la densità per il volume, quindi $m=1.5 \text{ Kg}$.

Il lavoro compiuto sul sistema dal mulinello è pari a $W_m = 60 \text{ s} \times 1000 \text{ J/s} = 60000 \text{ J}$. Dal momento che il sistema è isolato adiabaticamente la variazione di energia interna è pari a

$$\Delta U = W_m$$

D'altra parte

$$\Delta U = mc \Delta T$$

Da cui si ricava $\Delta T = 8 \text{ K}$, e dunque la temperatura finale è di 308 K . La variazione di entropia è quindi

$$\Delta S = mc \log(T_f/T_i) = 197 \text{ J/K}$$

Dopo aver rimesso il liquido in equilibrio termico con l'ambiente, la variazione di entropia del laboratorio è

$$\Delta S_{\text{lab}} = mc \Delta T/T_i = 200 \text{ J/K}.$$