Fisica Generale I (primo e secondo modulo)
A.A. 2008-2009, 2 settembre 2009

Esercizi di meccanica relativi al primo modulo del corso di Fisica Generale I, anche equivalente ai corsi di Fisica Generale 1 e 2 per l'ordinamento vigente prima del 2008-09:

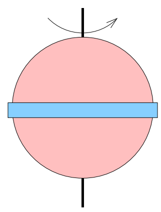
Esercizio I.1

Una palla da baseball di massa 300g viaggia orizzontalmente ad una velocità di 100km/h e una altezza $y_0 = 80$cm dal terreno. La palla colpisce la mazza del battitore perpendicolarmente all'asse della mazza stessa, che viene tenuta ferma durante l'urto. Subito dopo l'urto, la velocità della palla forma un angolo di 30° con il terreno.

a) Sapendo che la palla tocca terra ad una distanza $d = 30$m dal battitore, si calcoli la velocità della palla immediatamente dopo l'urto con la mazza e si dica se l'urto è elastico (si trascuri l'attrito con l'aria).

b) Si assuma che l'impatto tra la mazza e la palla duri 0.05s, e che la forza impressa dalla mazza sulla palla sia approssimativamente costante durante questo intervallo di tempo. Si determini il modulo della forza impressa dalla mazza.

Esercizio I.2



Si consideri un sistema costituito da una sfera di raggio R e massa M libera di ruotare attorno al suo asse verticale passante per il centro, e da un anello sottile anch'esso di raggio R e massa M. L'anello è posizionato in maniera concentrica sul piano equatoriale della sfera e può ruotare attorno allo stesso asse di rotazione di quest'ultima (si veda la figura). Il moto relativo tra sfera e l'anello subisce l'effetto di un attrito costante, che è esprimibile tramite un momento di modulo τ_{att}.

Inizialmente tutto è fermo.

All'istante $t_0 = 0$ viene applicata alla sfera un momento esterno, diretto lungo l'asse di rotazione e di modulo $\tau = 8.6$Nm. Tale momento esterno cessa di agire al tempo $t_1 = 6.3$s.

a) Scrivere le equazioni del moto e la legge oraria dei due corpi per $t_0 < t < t_1$.

Si osserva che al tempo $t_2 = 10.5$s, l'anello e la sfera hanno la stessa velocità angolare.
b) Scrivere le equazioni del moto e la legge oraria dei due corpi per $t_1 < t < t_2$ e quindi per $t > t_2$.
c) Calcolare il valore del modulo del momento di attrito τ_{att}.

Ad un certo istante $t_3 > t_2$, l'anello viene bloccato istantaneamente.
d) Calcolare in quanto tempo si ferma la sfera.

Esercizi di termodinamica relativi al secondo modulo del corso di Fisica Generale I, anche equivalente al corso di Fisica Generale 3 per l'ordinamento vigente prima del 2008-09:

Esercizio II.1
Un gas ideale a contatto con una sorgente a temperatura 300K compie una trasformazione che comporta un aumento di entropia di 10J/K
a) Si calcoli il massimo lavoro ottenibile in tale trasformazione.
b) Si ripeta il calcolo nel caso in cui il gas sia reale e la trasformazione comporti una variazione di energia interna pari a $\Delta U = 1000$J.

Esercizio II.2
Una mole di gas ideale monoatomico compie un ciclo termodinamico reversibile, identificato da quattro stati: A, B, C e D. Le trasformazioni AB e CD sono adiabatiche, mentre trasformazioni le BC e DA sono isocore. Siano $T_C = 40$K e $T_B = 25$K e $V_A = 5V_B$.
Si calcoli il calore scambiato nelle singole trasformazioni ed il rendimento del ciclo.

Soluzione I.1

a) Sia v' il modulo della velovità subito dopo l'urto. Introducendo un opportuno sistema di riferimento la legge oraria sarà quindi:

$$\begin{cases} x = v'_x t = v' \dfrac{\sqrt{3}}{2} t \\ y = -\dfrac{g}{2} t^2 + v'_y t + y_0 = -\dfrac{g}{2} t^2 + \dfrac{1}{2} v' t + y_0 \end{cases}$$

Imponendo che al medesimo tempo t' si abbia $y(t') = 0$ e $x(t') = d$ (ovvero che la pallina tocchi terra a distanza d), si ottiene:

$$v' = \sqrt{\frac{3/2 \; g d^2}{d/\sqrt{3} \; + y_0}} = 18.0 \mathrm{m/s}$$

ovvero per le rispettive componenti:

$$v'_y = \frac{1}{2} v' = 9.00 \mathrm{m/s}$$

$$v'_x = \frac{\sqrt{3}}{2} v' = 15.6 \mathrm{m/s}$$

Essendo $v' \neq v$, l'energia meccanica non si conserva e quindi l'urto non è elastico.

b)

$$\Delta \vec{p} = m(\vec{v}' - \vec{v}), \qquad \Delta \vec{p} = \Delta t \vec{F}$$

da cui

$$\vec{F} = m(\vec{v}' - \vec{v}) / \Delta t$$

Facendo attenzione ai segni, dalla precedente si ottiene, considerando separatamente le due componenti:

$$F_x = \frac{m}{\Delta t} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} v' + v \right) = 260 \mathrm{N}$$

$$F_y = \frac{m}{\Delta t} \frac{1}{2} v' = 54.0 \mathrm{N}$$

e quindi:

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 265 \mathrm{N}$$

Soluzione I.2

I momenti d'inerzia di sfera e anello sono rispettivamente:

$$I_s = \frac{2}{5} M r^2, \qquad I_a = M r^2.$$

a) Le equazioni del moto per $t_0 < t < t_1$ sono

$$\begin{cases} \tau - \tau_{att} = I_s \alpha_s \\ \tau_{att} = I_a \alpha_a \end{cases}$$

da cui si ricava la legge oraria

$$\begin{cases} \omega_s(t) = \alpha_s t = \dfrac{\tau - \tau_{att}}{I_s} t \\ \omega_a(t) = \alpha_a t = \dfrac{\tau_{att}}{I_a} t \end{cases}$$

Si ha inoltre che

$$w_s(t_1) = \frac{\tau - \tau_{att}}{I_s} t_1$$

b) Le equazioni del moto per $t_1 < t < t_2$ sono

$$\begin{cases} -\tau_{att} = I_s \alpha_s \\ \tau_{att} = I_a \alpha_a \end{cases}$$

da cui si ricava la legge oraria

$$\begin{cases} \omega_s(t) = \alpha_s t = \omega_s(t_1) - \dfrac{\tau_{att}}{I_s}(t - t_1) = \dfrac{1}{I_s}(\tau t_1 - \tau_{att} t) \\ \omega_a(t) = \alpha_a t = \dfrac{\tau_{att}}{I_a} t \end{cases}$$

Per $t > t_2$ si ha che i due corpi non strisciano più, e quindi τ_{att} sarà nullo. Non essendoci altre forze/momenti esterni sfera e anello continueranno a ruotare con la stessa velocità angolare costante, pari a

$$\omega = const = \omega_s(t_2) = \omega_a(t_2) = \frac{\tau_{att}}{I_a} t_2 = \frac{1}{I_s}(\tau t_1 - \tau_{att} t_2)$$

c) Eguagliando le due velocità angolari precedenti al tempo t_2 si ha

$$\tau_{att} = \frac{I_a}{I_s + I_a} \tau \frac{t_1}{t_2} = \tau \frac{5 t_1}{7 t_2} = 3.7 \text{Nm}$$

d) L'anello rimane fermo. L'equazione del moto e la legge oraria della sfera sono:

$$-\tau_{att} = I_s \alpha_s$$

$$\omega_s(t) = \alpha_s (t - t_3) + \omega_s(t_3)$$

dove $\omega_s(t_3) = \omega_s(t_2) = \omega_a(t_2)$ come già calcolato.

Quindi imponendo $\omega_s(t_4) = 0$ si ottiene

$$0 = \omega_s(t_4) = \omega_s(t_3) - \frac{\tau_{att}}{I_s}(t_4 - t_3)$$

da cui si ricava il tempo $t_4 - t_3$ che impiega la sfera a fermarsi:

$$t_4 - t_3 = \frac{\omega_a(t_2)}{\tau_{att}} I_s = \frac{I_s}{I_a} t_2 = \frac{2}{5} t_2 = 4.2\text{s}$$

Soluzione II.1

In qualsiasi trasformazione, il massimo lavoro ottenibile è pari alla variazione di energia libera di Helmotz. Dal momento che la trasformazione è isoterma, si ha:

$$L \leq -\Delta U + T\Delta S$$

$$\Delta S = \int \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev} = \frac{Q}{T}$$

Inoltre, dal momento che il gas è ideale, lungo un'isoterma si ha $\Delta U = 0$. Quindi il massimo lavoro ottenibile è

$$L_{max} = T\Delta S = 3\text{kJ}$$

Nel caso di gas reale con variazione di energia interna pari a $\Delta U = 1000\text{J}$, si ha:

$$L_{max} = T\Delta S - \Delta U = 2\text{kJ}$$

Soluzione II.2

I calori scambiati nei rami CD e BA sono nulli, mentre

$$Q_{BC} = nC_V(T_C - T_B)$$

$$Q_{DA} = nC_V(T_D - T_A)$$

Il calore viene assorbito nella trasformazione BC e assorbito nella trasformazione DA, quindi il rendimento si scrive come

$$\eta = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

Utilizzando la relazione valida per adiabatiche reversibili $PV^\gamma = const$ nei rami CB e DA, ricordando che $V_B = V_C$ e facendo uso dell'equazione di stato si ottiene:

$$T_C V_B^{\gamma-1} = T_D V_A^{\gamma-1}$$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$$

Sottraendo membro a membro si ha quindi

$$(T_C - T_B)V_B^{\gamma-1} = (T_D - T_A)V_A^{\gamma-1}$$

da cui si ottine

$$T_D - T_A = 4.86\mathrm{K}$$

Quindi il rendimento vale:

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 0.675$$