

Fisica Generale I
A.A. 2018-2019

ESERCIZI DI MECCANICA

18 ottobre 2018

Esercizio 1

Un cuneo isoscele è appoggiato su un piano orizzontale sulla sua base. I piani obliqui sono inclinati di un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale e su di essi sono presenti due masse $m_1 = 1$ kg e $m_2 = 1.5$ kg, di dimensioni trascurabili, collegate tra loro per mezzo di una corda inestensibile che passa da una carrucola, di massa trascurabile, presente sul vertice in alto del cuneo. Si trascurino gli attriti tra le masse ed il cuneo.

- a) Il cuneo è inizialmente vincolato al pavimento. Si determini l'accelerazione con cui le due masse si muovono sul cuneo (a_1 e a_2), la tensione della corda T e le reazioni vincolari (N_1 e N_2) che il cuneo applica sulle masse.
- b) Quale dovrebbe essere l'accelerazione a_t con cui il cuneo dovrebbe muoversi per far sì che le masse siano in equilibrio su di esso?
- c) Determinare le reazioni vincolari \tilde{N}_1 e \tilde{N}_2 nel caso del cuneo accelerato a a_t .

Esercizio 2

Un chiodo è appeso sul soffitto di un carrello che si muove orizzontalmente con accelerazione a_t . Al tempo $t = 0$, quando il carrello ha una velocità v_0 , il chiodo si stacca dal soffitto e cade.

- a) Determinare la traiettoria del chiodo rispetto al sistema di riferimento inerziale, solidale al suolo.
- b) Determinare la traiettoria del chiodo rispetto al sistema di riferimento solidale al carrello.
- c) Come cambiano le traiettorie al variare di a_t e in particolare per $a_t = 0$?

Esercizio 3

Pendolo conico semplice. Una massa puntiforme m è appesa ad un filo inestensibile di lunghezza l e massa trascurabile. La massa è posta in rotazione attorno alla verticale con velocità angolare ω .

- a) Determinare la relazione tra ω e l'angolo θ che il filo (teso) forma con la verticale.
- b) Qual è la velocità angolare minima sostenibile per mantenere il moto circolare?

Esercizio 4

Una massa puntiforme è vincolata a scorrere su una guida semicircolare verticale che termina in basso con un tratto orizzontale. La guida semicircolare e la prima parte di quella orizzontale sono lisce e poi diventa scabro con un coefficiente di attrito dinamico μ_d . La massa puntiforme parte in alto ($\theta = 0$) con velocità $v_0 \simeq 0$ e scorre lungo la guida aumentando la sua velocità.

a) Determinare la reazione vincolare $N(\theta)$ applicata dalla guida sulla massa puntiforme in funzione della posizione descritta dall'angolo θ e disegnarne il grafico.

b) Determinare la distanza Δx percorsa sul tratto scabro.

8 novembre 2018

Esercizio 5

Una particella di massa m viene lanciata verticalmente verso l'alto con velocità iniziale v_0 in presenza della gravità e di attrito viscoso. Siano noti i valori dell'accelerazione di gravità g , del coefficiente di resistenza viscosa K e del coefficiente di viscosità η . Calcolare il tempo a cui la particella raggiunge la quota massima e il valore di quest'ultima. Confrontarli con il caso in cui l'attrito sia assente. Quale errore si fa nel trascurare l'attrito nel calcolo della quota massima?

Esercizio 6

Una piattaforma circolare orizzontale di raggio R ruota con velocità angolare costante ω . La piattaforma è sollevata dal suolo di una quota H . Un oggetto puntiforme di massa m è vincolato a muoversi su una guida lineare posta su un raggio della piattaforma. Parte da fermo a distanza r_0 dall'asse di rotazione.

a) Determinare la distanza dall'asse di rotazione a cui l'oggetto cade per terra.

b) Descrivere qualitativamente il moto completo della particella visto da un sistema di riferimento inerziale e anche da un sistema di riferimento solidale alla piattaforma rotante.

15 novembre 2018

Esercizio 7

Una molla di costante elastica k è vincolata su un piano inclinato di un angolo β rispetto all'orizzontale. La molla può essere compressa o allungata parallelamente al piano. L'estremità libera della molla si trova a distanza L dalla cima del piano.

- a) Determinare la compressione Δx della molla necessaria a far arrivare la massa in cima al piano inclinato in assenza di attrito.
- b) Si consideri ora un attrito radente μ . Qual è il nuovo allungamento minimo $\Delta x'$?

Esercizio 8

Si consideri un corpo di massa totale M distribuita uniformemente (densità ρ) su un anello di raggio R e sezione σ . La sezione trasversale dell'anello abbia dimensioni trascurabili ($\sqrt{\sigma} \ll R$). Una massa di prova m si trova sull'asse di simmetria dell'anello.

- a) Scrivere l'espressione del potenziale gravitazionale generato dalla sorgente in funzione della posizione sull'asse di simmetria e disegnarne il grafico.
- b) Studiare il moto della massa m .

22 novembre 2018

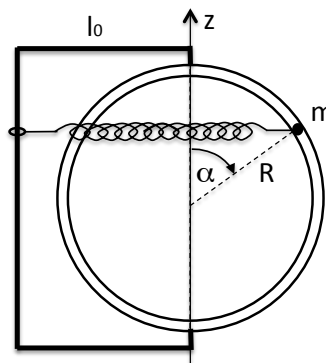
Esercizio 9

Una massa m è vincolata a muoversi sull'asse x , orizzontale. La massa è collegata a una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 , fissata in un punto a distanza D dall'asse x .

- a) Determinare le posizioni di equilibrio della massa e la loro stabilità al variare della quantità adimensionale $\lambda = l_0/D$.
- b) Determinare la frequenza per piccole oscillazioni in funzione di λ .

Esercizio 10

Una particella di massa $m = 2$ kg è vincolata a muoversi senza attrito su una guida circolare di raggio $R = 40$ cm, contenuta in un piano verticale. La guida è sostenuta da una struttura di aste rigide complanari, come in figura. Una molla di costante elastica $k = 98$ N/m, massa trascurabile e lunghezza a riposo l_0 collega la particella all'asta verticale posta a distanza l_0 dal centro della guida. La molla è agganciata all'asta tramite un anellino, anch'esso di massa trascurabile, che scorre senza attrito e che, tramite un opportuno dispositivo, viene mantenuto in ogni istante alla stessa quota della particella.



- a) Scrivere l'equazione del moto della particella lungo la guida, usando la coordinata α , e determinare i punti di equilibrio.
- b) Tracciare il grafico dell'energia potenziale in funzione dell'angolo α e discutere la stabilità dei punti di equilibrio (si noti che $2mg = kR$).

- c) Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni attorno a ciascun punto di equilibrio stabile.
- d) Assumiamo adesso che l'intera struttura ruoti con una velocità angolare costante Ω attorno all'asse verticale z passante per il centro della guida. Scrivere l'equazione del moto e l'energia potenziale efficace della particella nel sistema di riferimento in rotazione. Discutere qualitativamente i casi $\Omega = \sqrt{k/m}$ e $\Omega = \sqrt{2k/m}$, confrontandoli con il caso $\Omega = 0$.
- e) Sia $\Omega = \sqrt{2k/m}$ e la particella si trovi inizialmente in $\alpha_0 = (2/3)\pi$ con velocità tangenziale v_0 . Quanto deve valere v_0 affinché la particella possa raggiungere rispettivamente il punto più basso e quello più alto della guida?

29 novembre 2018

Esercizio 11

Su un piano orizzontale è presente un foro attraverso il quale passa una corda inestensibile che collega una pallina ad un secchio. La pallina ha massa $m = 1$ kg e si trova sul tavolo, dove descrive una traiettoria circolare di raggio $R_0 = 1$ m con velocità angolare $\omega_0 = 1$ giro/sec attorno al foro. Il secchio, che ha massa m e contiene una massa M di sabbia, è appeso sotto al tavolo. Il secchio viene mantenuto sospeso in equilibrio grazie alla rotazione della pallina.

- a) Quanta sabbia M occorre per mantenere il sistema in equilibrio?
- b) Ad un certo istante il secchio viene forato e la sabbia inizia a fuoriuscire lentamente. Determinare il raggio R_f e la velocità angolare ω_f relativi alla configurazione finale con il secchio completamente svuotato.

Esercizio 12

La cometa 67P ha una massa $M = 10^{13}$ kg e una densità $\rho = 400$ kg/m³.

- a) Approssimando la sua forma a quella di una sfera uniforme, si determini l'accelerazione puramente gravitazionale g sulla sua superficie.
- b) La cometa ruota attorno al proprio asse con un periodo $T = 13$ ore. Stimare la riduzione massima percentuale della gravità dovuta alla rotazione che si può osservare sulla superficie.
- c) La sonda Philae parte all'equatore con velocità v_0 iniziale (rispetto alla superficie della cometa) verticale. Determinare la velocità iniziale necessaria a Philae per raggiungere l'orbita su cui si trova il satellite Rosetta ($R_0 = 30$ km).
- d) Descrivere la traiettoria vista dal sistema di riferimento inerziale centrato sulla cometa. Come cambierebbe l'orbita se partisse con la stessa velocità da uno dei due poli?

Esercizio 13

Due masse puntiformi m_1 e m_2 si trovano su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale e sono collegate da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 . Inizialmente la massa m_1 è mantenuta fissa in un punto del piano e il sistema è in equilibrio. Poi il blocco sulla massa m_1 viene tolto e il sistema è libero di muoversi sul piano inclinato.

- a) Scrivere le equazioni del moto per la coordinata del centro di massa e della distanza relativa.
- b) Ricavare le leggi orarie delle due masse e rappresentarle in grafico.

Esercizio 14

Due masse puntiformi, $m_1 = 3$ kg e $m_2 = 2$ kg, sono ferme su un piano liscio orizzontale. Tra le due è presente una molla di costante elastica $k = 30$ N/m e lunghezza a riposo $l_0 = 20$ cm. Inizialmente la molla è tenuta compressa a causa di una corda che trattiene le masse tra loro ad una distanza $l = 15$ cm.

- a) Se la corda si rompe improvvisamente, dopo quanto tempo le masse tornano a distanza l ? Qual è la distanza massima che hanno raggiunto?
- b) Supponiamo che, in un certo istante del moto oscillatorio, quando le masse si trovano a distanza l_0 e si stanno allontanando, si rompa anche la molla. Descrivere il moto successivo rispetto al piano.
- c) Si consideri poi il caso in cui le due masse siano tenute a distanza l dalla corda, come prima, ma stavolta senza molla. Inoltre, le masse siano in rotazione sul piano orizzontale con velocità angolare costante $\omega = 3$ s⁻¹, rispetto ad un asse verticale passante per il centro di massa. Si scrivano le leggi orarie delle due masse in coordinate cartesiane; si calcoli la tensione del filo, la quantità di moto e il momento angolare del sistema.
- d) In un certo istante, durante la rotazione, la corda si rompe. Come si muoveranno le masse da quel momento? Con quale velocità? Cosa cambia alla quantità di moto e al momento angolare del sistema?

Esercizio 15

Una massa m_1 si trova su un cuneo di massa m_2 , inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale e collocato su un piano orizzontale liscio. Inizialmente l'intero sistema è fermo. All'istante $t = 0$ viene lasciato libero di muoversi. La massa m_1 inizia a scivolare sul cuneo e quest'ultimo scivola a sua volta sul piano orizzontale.

- a) In assenza di attriti si determini la traiettoria di m_1 vista rispetto al sistema inerziale fermo, centrato nella posizione iniziale di m_1 .

Esercizio 16

Un cubetto di massa $m_1 = 0.5$ kg si muove di moto rettilineo uniforme a velocità v_0 su un piano orizzontale. Ad un certo istante urta un altro cubetto di massa $m_2 = 1$ kg. In seguito all'urto il secondo cubo inizia a muoversi verso una rampa alta $h_0 = 50$ cm e inclinata di un angolo $\theta = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale. Superata la cima, la massa cade ed atterra ad una distanza $\Delta x = 1$ m dal bordo della rampa. Si trascuri ogni forma di attrito.

- a) Determinare v_0 nel caso di urto perfettamente elastico.
- b) Cosa cambia nel caso di urto completamente anelastico?

Esercizio 17

Una massa m_0 è appesa ad un chiodo con una corda rigida (priva di massa e lunga $L = 50$ cm) su una parete verticale. Partendo da ferma a $\phi_0 = \frac{\pi}{8}$ rispetto alla verticale, inizia ad oscillare e quando si trova in posizione verticale, urta la massa m_1 di un bilanciere che si trova su un piano orizzontale in direzione perpendicolare alla parete del pendolo. Il bilanciere è formato da due masse $m_1 = 200$ g ed $m_2 = 1$ kg collegate da un'asta rigida priva di massa, lunga d .

- a) Determinare con quale velocità inizia a muoversi la massa m_1 dopo l'urto elastico col pendolo.
- b) Quali sono il periodo e l'ampiezza del pendolo prima e dopo l'urto?
- c) Descrivere il moto del bilanciere in seguito all'urto.

Esercizio 18

Un cilindro di massa m e raggio R si trova su una discesa con pendenza α rispetto all'orizzontale a quota H ($R \ll H$). Dopo la discesa c'è una salita, con la stessa pendenza, che arriva fino a quota $H/2$. Il cilindro parte da fermo e raggiunge il bordo della salita per poi muoversi in aria liberamente.

- a) Determinare la quota massima raggiunta dal cilindro dopo aver percorso tutta la rampa, scivolando senza attrito.
- b) Come cambia la quota nel caso in cui il cilindro si muova sulla rampa rotolando senza scivolare? Si discuta il caso di un cilindro pieno omogeneo e quello di un tubo sottile.

Esercizio 19

Un proiettile di massa $m = 100$ g viaggia orizzontalmente a velocità costante

v_0 ad una quota $b = 45$ cm rispetto al pavimento. Ad un certo punto incontra un cubo di densità omogenea $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ e lato $a = 50$ cm e ci si conficca dentro fino a dissipare internamente tutta la sua energia cinetica. Il cubo è vincolato a ruotare attorno al lato orizzontale poggiato sul pavimento, opposto alla faccia su cui arriva il proiettile.

a) Qual è la v_0 minima che permette al cubo di ribaltarsi?

Esercizio 20

Una carrucola è formata da un cilindro omogeneo di massa $M = 10$ kg e raggio $3R$. Sulla circonferenza esterna è avvolta una corda sottile a cui è appesa una massa m_2 . La parte interna della carrucola, di raggio $R = 10$ cm, fuoriesce leggermente in modo tale da permettere l'avvolgimento di un'altra corda in verso opposto. A questa corda è appesa un'altra massa, $m_1 = 1$ kg.

a) Determinare il valore di m_2 per cui si ha equilibrio statico.

b) Qual è il moto di m_1 nel caso in cui la corda che sostiene m_2 venga tagliata improvvisamente.

Esercizio 21

Un'asse di legno omogenea, di massa $M = 4$ kg, è appoggiata orizzontalmente su due rulli cilindrici, i cui centri sono separati di $2l = 60$ cm.

a) Determinare le reazioni vincolari N_1 e N_2 fatte dai rulli sull'asse nel caso in cui il centro di massa dell'asse sia spostato di $x_0 = 10$ cm rispetto alla posizione centrale tra i rulli.

b) Si supponga adesso che i rulli siano posti in rotazione a velocità angolare costante ω in sensi opposti (orario quello di sinistra e antiorario quello di destra) e che il coefficiente di attrito dinamico tra l'asse e i rulli sia μ_d . Studiare il moto dell'asse.

c) Determinare μ_d osservando che l'asse ritorna nella posizione iniziale dopo $T = 2.5$ s.

19 dicembre 2018

Esercizio 22

Un disco di raggio $3R$, di densità omogenea ρ , ha un buco circolare di raggio $R = 16$ cm centrato a $3R/2$ dal centro del cerchio esterno. Il disco è appeso verticalmente ad una parete e può ruotare attorno ad un perno.

a) Determinare la posizione del perno affinché, una volta messo in rotazione, il disco ruoti a velocità angolare costante.

b) Calcolare il periodo del pendolo fisico per piccole oscillazioni, nel caso in cui il perno sia a $y_p = R/2$ di distanza dal centro del disco esterno, dalla parte opposta rispetto al foro.

c) Determinare le reazioni vincolari nel perno.

Esercizio 23

Pendolo conico fisico. Una asta sottile di massa m e lunghezza L è appesa al soffitto mediante una cerniera sferica collegata direttamente ad una sua estremità. L'asta è posta in rotazione attorno alla verticale con velocità angolare Ω .

a) Determinare la relazione tra ω e l'angolo θ che il filo (teso) forma con la verticale.

20 dicembre 2018

Esercizio 24

Una palla da biliardo di massa m e raggio R si muove su un piano orizzontale a velocità v_0 e ruota con velocità angolare $\omega = v_0/R$.

a) Qual è la distanza Δx percorsa e il periodo ΔT in una rotazione completa?

Una stecca da biliardo colpisce la palla orizzontalmente ad una quota h da terra, imprimendo una forza costante F per un breve intervallo di tempo Δt .

b) Dati F , Δt e h , come variano Δx e ΔT ?

c) Qual è la condizione per avere rotolamento puro?

d) Con quale combinazione di F , Δt e h si ha l'arresto totale della rotazione, della traslazione o di entrambe?

Esercizio 25

Due assi di legno uguali, ciascuna di lunghezza $L = 2$ m e massa $m = 10$ kg, sono appoggiate, una contro l'altra, nella parte alta. Entrambe poggiano a terra su un piano liscio. Una molla di costante elastica $k = 100$ N/m, fissata a distanza $L/4$ dal punto più in basso di ciascuna asse, le tiene in equilibrio in una configurazione in cui formano un angolo relativo $\phi = 60^\circ$.

a) Si determini la lunghezza a riposo della molla.

Esercizio 26

Un oggetto è formato da un tubo cilindrico con pareti sottili, di massa $M = 3$ kg, lunghezza $L = 50$ cm e raggio $R = 10$ cm e da una lastra sottile che lo attraversa per intero passando per un suo diametro. La lastra, che ha massa e lunghezza uguali a quelle del cilindro, è larga $6R$ e sporge dal cilindro in modo simmetrico rispetto all'asse di quest'ultimo. Tubo e lastra hanno distribuzione di massa omogenea, sono saldati assieme e sono vincolati ad un asse coincidente con il loro asse di simmetria, posto in direzione orizzontale, attorno al quale possono ruotare rigidamente. Sull'asse di rotazione agisce una molla a spirale, dotata di costante di torsione $C = 0.2$ Nm, che tende a mantenere la lastra orizzontale ($\theta = 0$).

a) Si determini il momento d'inerzia dell'oggetto, I_0 , rispetto all'asse di simmetria. Si scriva l'equazione del moto e la legge oraria, $\theta(t)$, nel caso di

piccole oscillazioni attorno a $\theta = 0$, calcolando il periodo di oscillazione T_0 . Cosa cambia nel caso di grandi ampiezze di oscillazione?

b) Una bilia di massa $m = 0.4$ kg cade sulla lastra, inizialmente in quiete, urtandola elasticamente a distanza $d = R$ dal bordo esterno. Se la velocità verticale della bilia immediatamente prima dell'urto è $v = 2$ m/s, determinare la velocità v' della bilia e la velocità angolare ω' della struttura rotante nell'istante immediatamente successivo all'urto.

c) Quali sono l'angolo massimo θ_{\max} di torsione e la quota massima h_{\max} raggiunti rispettivamente dal tubo e dalla bilia a seguito dell'urto?

d) Si determini la quota H da cui dovrebbe partire la bilia da ferma, al di sopra della lastra, affinché anche il secondo rimbalzo avvenga esattamente quando la lastra si trova in posizione orizzontale [domanda facoltativa: che tipo di moto si osserverà in questo caso?].