

Entanglement e coerenza: il lato bizzarro della meccanica quantistica

Franco Dalfovo
CNR-INO BEC Center
e Dipartimento di Fisica,
Università di Trento

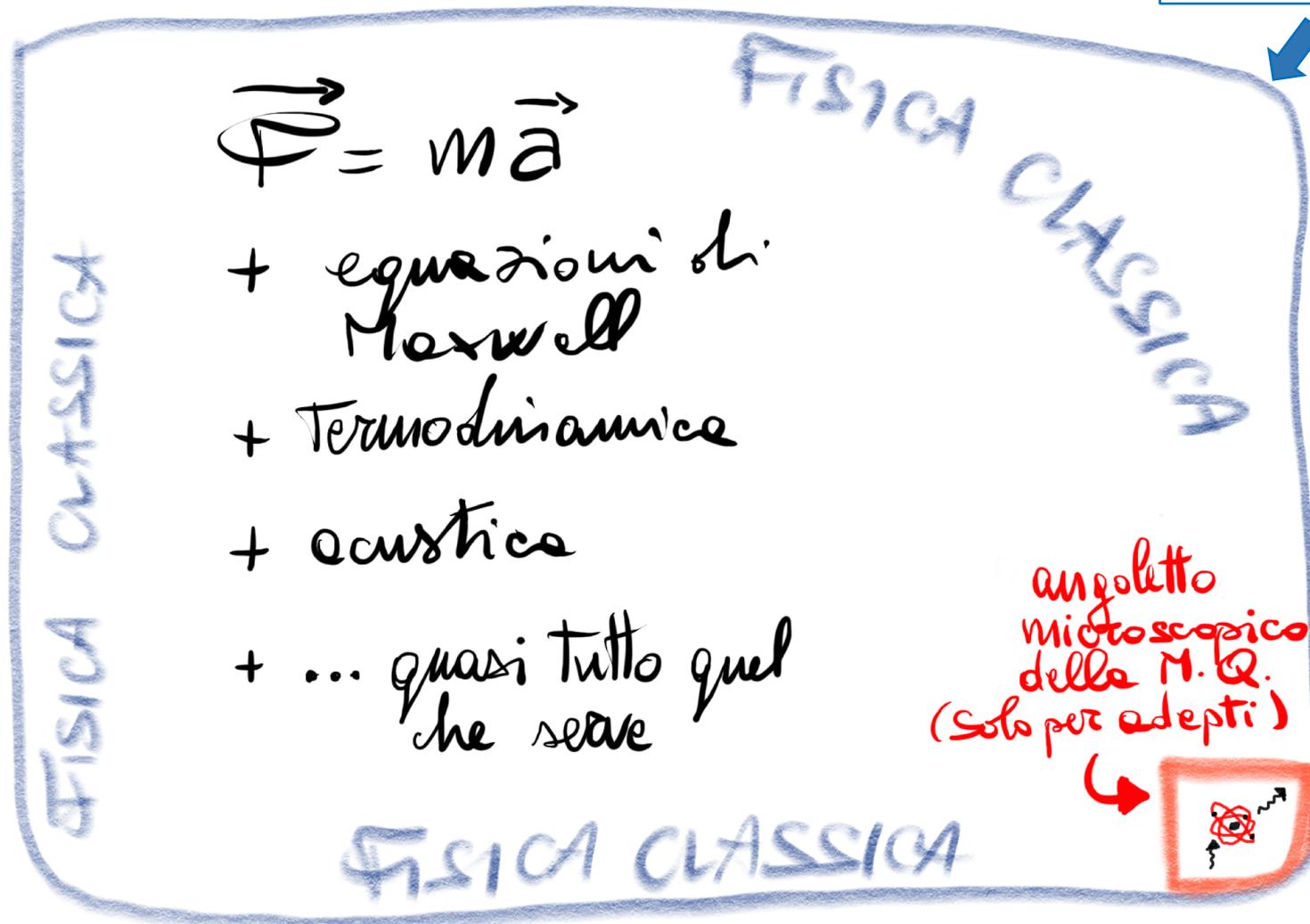


Aperitivo: alcuni miti da sfatare sulla MQ



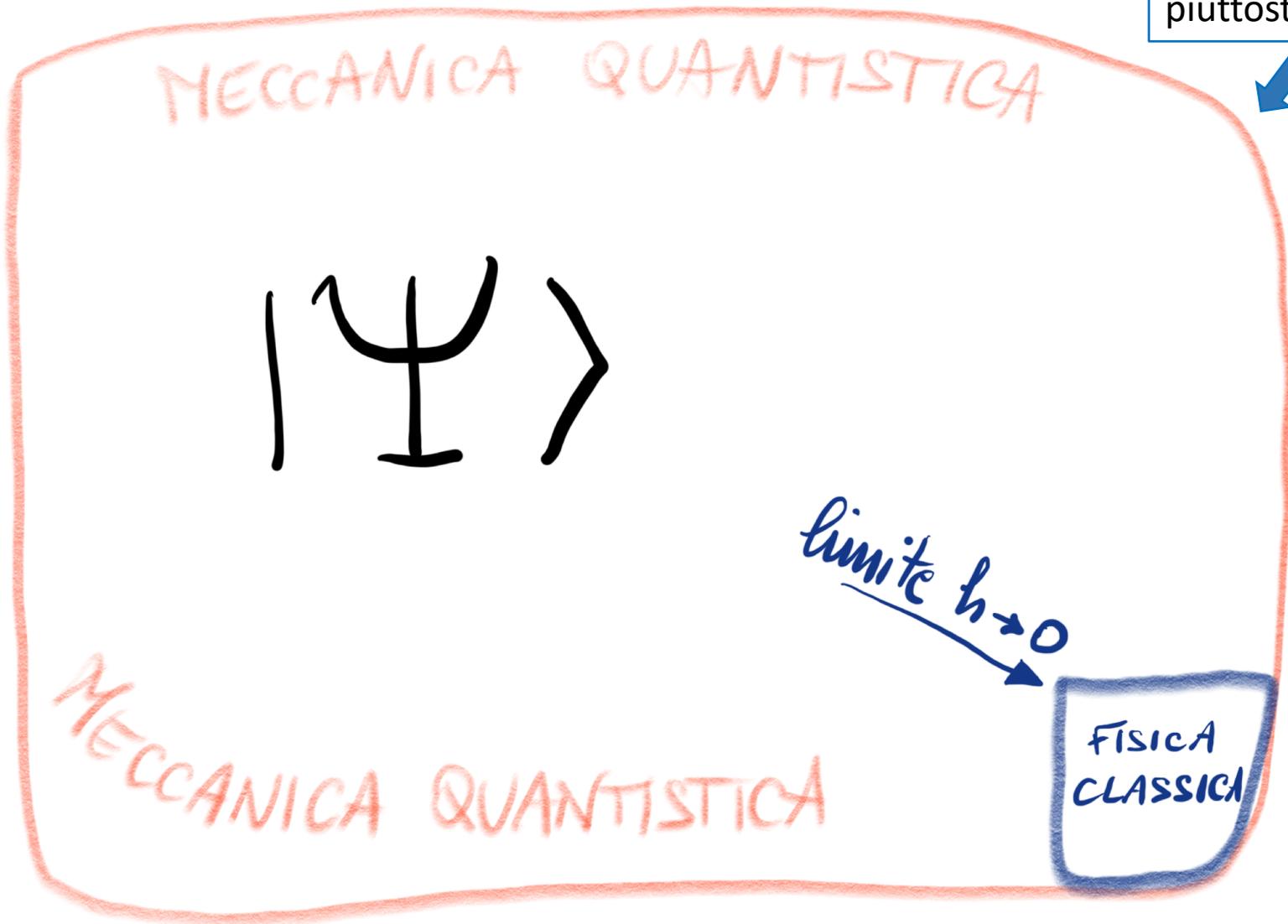
mito #1: **La MQ riguarda il mondo microscopico**

Il senso comune ci fa vedere le cose così



mito #1: **La MQ riguarda il mondo microscopico**

... ma la realtà è piuttosto questa



mito #2: **La MQ è astratta, la fisica classica no**

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

classica

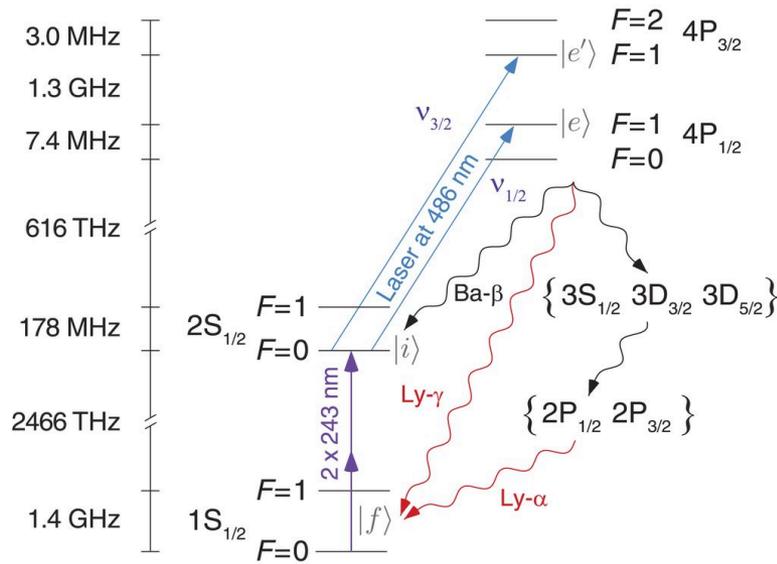
$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi$$

quantistica

Cos'è reale? Cos'è astratto?

Il linguaggio matematico della fisica si adegua alla realtà...

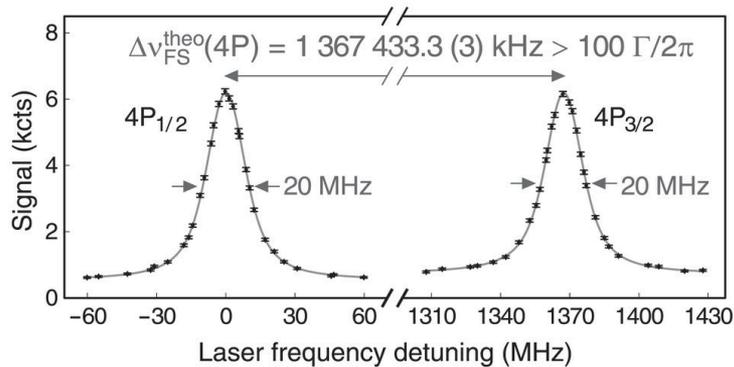
mito#3: La MQ dà risultati indeterminati e/o probabilistici



$$\Delta\nu_{FS}^{\text{exp}}(4P) = 1367435.7(4.3)\text{kHz}$$

↑
esperimento *teorie*
 ↓

$$\Delta\nu_{\text{theo}}^{\text{exp}}(4P) = 1367433.3(3.0)\text{kHz}$$



$$R_{\infty} = 10973731.568076(96) \text{ m}^{-1}$$

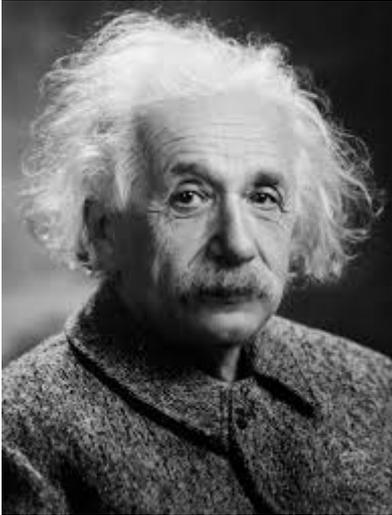
$$r_p = 0.8335(95) \text{ fm}$$

mito #4: **La MQ si basa sul dualismo onda-particella**



Il dualismo onda-particella non entra in nessun modo nella formulazione della MQ, **non è** un postulato, **non è** una legge, **non è** un risultato. È solo un modo di leggere la MQ dal punto di vista del **linguaggio della fisica classica** (e di comunicare i risultati della MQ a chi la conosce poco).

mito #5: **Einstein non credeva nella correttezza della MQ**



Einstein ha contribuito a fondare la MQ.
Credeva nella sua correttezza, ma la riteneva **incompleta**.
Secondo lui doveva esistere una teoria più completa, che la contenesse, tale da risolvere il conflitto tra la MQ e la sua visione di «**realismo locale**».

Gli esperimenti finora hanno mostrato che una qualsiasi teoria che soddisfi il requisito di realismo locale, nel senso suggerito da Einstein, **non è compatibile** con le osservazioni sperimentali, mentre la MQ lo è.

Primo piatto: gli ingredienti essenziali della MQ



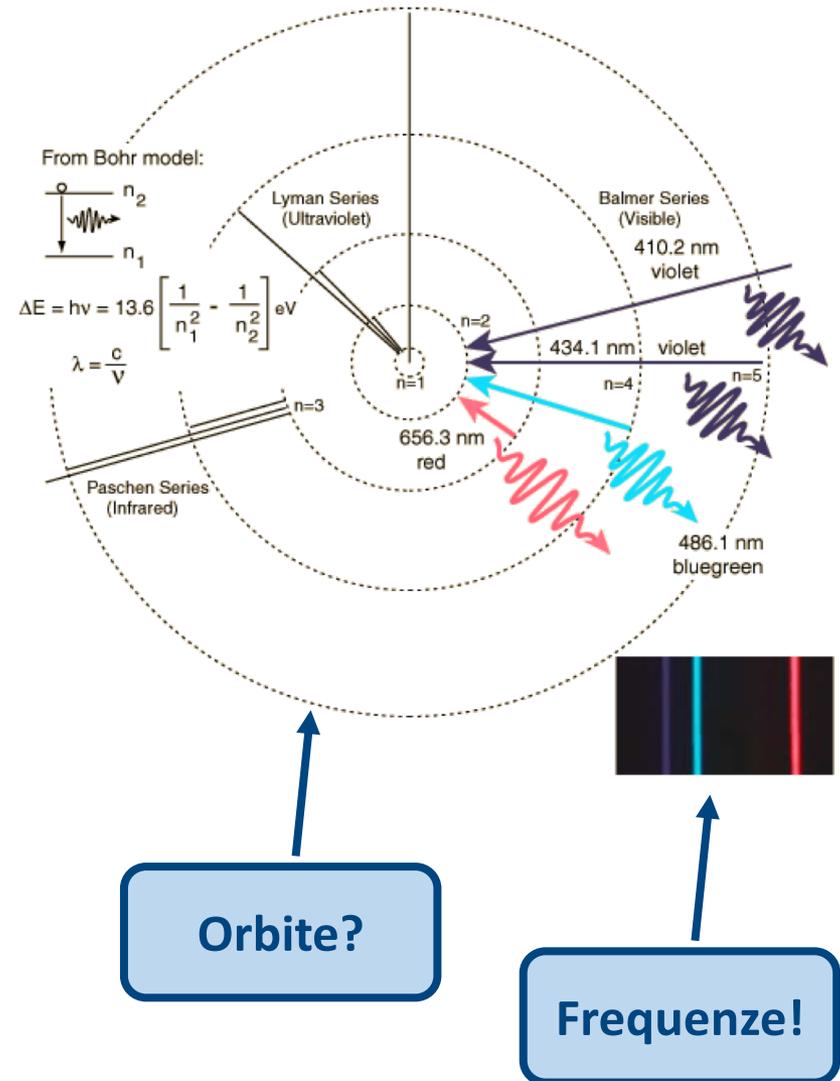
Il punto di partenza metodologico

- La fisica si occupa di ciò che è **osservabile** (misurabile con i sensi o con strumenti appositi).
- Le **leggi fisiche** mettono in relazione gli esiti delle osservazioni (delle misure) utilizzando il linguaggio matematico e la logica.
- Le **teorie fisiche** sono insiemi strutturati di leggi fisiche, alcune delle quali assumono il ruolo di **principi** fondamentali, che sintetizzano l'esito di un gran numero di osservazioni.
- Una teoria è tanto più buona quanto più **piccolo** è l'insieme dei principi e, allo stesso tempo, quanto più **ampio** è l'insieme dei fenomeni per i quali riesce a dare predizioni **in accordo** con le **misure**, entro i margini di precisione degli strumenti.

Dunque, le affermazioni contenute in una teoria fisica possono riguardare **solo** quella parte di realtà (il **mondo fisico**) che è riconducibile a **proprietà misurabili**.

Inoltre la **validità** (non validità) delle affermazioni risiede solo nell'**accordo** (disaccordo) tra i valori **predetti** dalla teoria per tali proprietà e i valori effettivamente **misurati**.

Tutto il resto, per quanto valore abbia, **non** è fisica !!

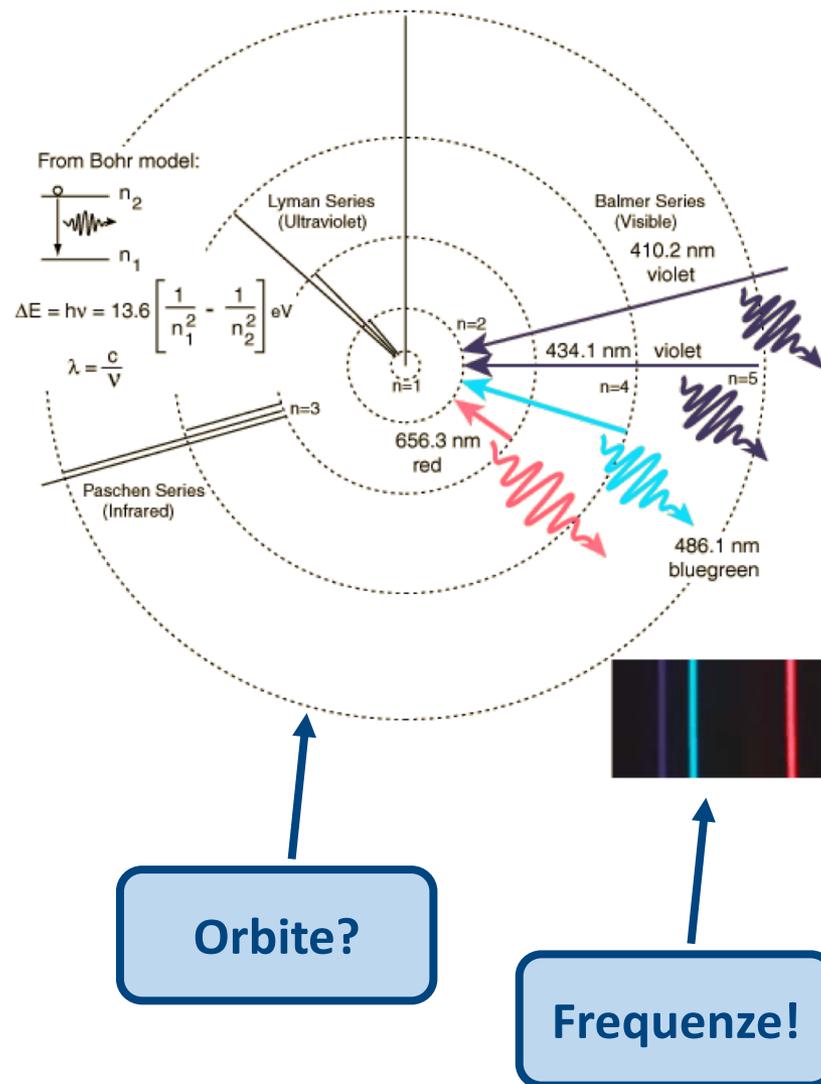


Dunque, le affermazioni contenute in una teoria fisica possono riguardare **solo** quella parte di realtà (il **mondo fisico**) che è riconducibile a **proprietà misurabili**.

Inoltre la **validità** (non validità) delle affermazioni risiede solo nell'**accordo** (disaccordo) tra i valori **predetti** dalla teoria per tali proprietà e i valori effettivamente **misurati**.

Tutto il resto, per quanto valore abbia, **non** è fisica !!

Corollario: la vecchia teoria dei quanti non è una buona teoria e non va confusa con la meccanica quantistica !



I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Osservabili: sono le grandezze fisiche che possiamo misurare con i nostri strumenti. La misura delle osservabili fornisce valori numerici che ci informano sulle proprietà del **sistema** in esame.

Esempio: la posizione di una particella è un'osservabile; la sua misura ci dice dove la particella si trova. La quantità di moto è un'altra osservabile. Il momento angolare è un'osservabile. Le particelle possono avere anche un momento angolare intrinseco (spin), che è un'altra osservabile, ecc.

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Osservabili compatibili o incompatibili: uno dei punti chiave della meccanica quantistica è il fatto che **non tutte** le osservabili sono compatibili tra loro.

Esempio: non possiamo conoscere nello stesso istante la posizione e la quantità di moto di una particella in una direzione assegnata

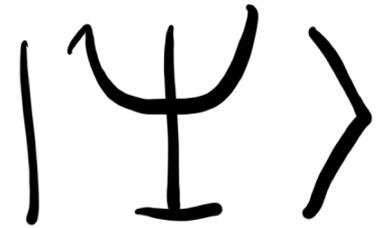
$$\Delta p \Delta x \geq \hbar/2$$

Altro esempio: non possiamo conoscere nello stesso istante le componenti del momento angolare lungo direzioni diverse.

L'esistenza di osservabili incompatibili pone dei limiti a ciò che possiamo conoscere di un sistema.

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati



Lo stato di un sistema fisico: per un dato sistema possiamo individuare l'insieme di tutte le osservabili compatibili e caratterizzare lo stato del sistema tramite i valori che queste osservabili assumono se misurate in quell'istante.

Se un sistema è caratterizzato da certe osservabili compatibili A e B , compatibili tra loro, allora è possibile preparare il sistema stesso in uno stato particolare in cui i valori di queste osservabili siano, con certezza, a e b . Indichiamo tale stato con il simbolo

$$|a, b\rangle$$

Nel gergo della meccanica quantistica questo si chiama **vettore di stato**. Quali informazioni contiene?

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Esempio: prendiamo un singolo atomo e prepariamolo in uno stato caratterizzato dai valori di due osservabili, la quantità di moto lungo una certa direzione x e la componente z dello spin (non è difficile realizzarlo in pratica, ma qui non occorre entrare nei dettagli). Lo stato dell'atomo potrà essere scritto così

$$|p, s_z\rangle$$

dove il significato del simbolo è il seguente: se eseguiamo una misura di quantità di moto lungo x dell'atomo troveremo con **certezza** il valore p , e se misurassimo la componente z del suo spin troveremo con **certezza** il valore s_z .

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Ora, dato che la posizione è un'osservabile incompatibile con la quantità di moto, il fatto che l'elettrone si trovi nello stato

$$|p, s_z\rangle$$

implica che **non possiamo** conoscere con certezza in quale posizione x si trovi. Allo stesso modo, dato che le componenti y e z dello spin sono osservabili incompatibili, allora nello stato assegnato **non possiamo** conoscere con certezza il valore di s_y . Se eseguiamo una misura di posizione, troveremo uno dei valori possibili di x . Se eseguiamo una misura dello spin lungo y , troveremo uno dei possibili valori di s_y . Ma tali valori sono noti solo in termini probabilistici: possiamo predire solo la **probabilità** di ottenerli come esito di una misura !!

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Supponiamo di aver preparato il sistema in uno stato $|a\rangle$ tale che, misurando la grandezza A si ottiene con certezza il valore a . Supponiamo poi che B sia un'osservabile incompatibile con l'osservabile A e che gli esiti ammissibili della misura di B siano

$$b_1, b_2, b_3, \dots$$

Allora, la MQ dice che lo stato $|a\rangle$ può essere scritto nella forma seguente

$$|a\rangle = c_1|b_1\rangle + c_2|b_2\rangle + c_3|b_3\rangle + \dots$$

principio di
sovrapposizione

Dove c_1, c_2, c_3, \dots sono coefficienti numerici (numeri complessi).

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Se il sistema è preparato nello stato

$$|a\rangle = c_1|b_1\rangle + c_2|b_2\rangle + c_3|b_3\rangle + \dots$$

Ed eseguiamo una misura dell'osservabile B, otterremo uno dei valori possibili b_j con probabilità

$$|c_j|^2$$

e il sistema, dopo la misura, si troverà nello stato

$$|b_j\rangle$$



La MQ fornisce le regole per scrivere un dato stato di un sistema come combinazione lineare (sovrapposizione) di stati in cui è noto con certezza l'esito della misura di una data osservabile.

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

La MQ fornisce anche le leggi che governano **l'evoluzione degli stati nel tempo**, quando il sistema non è soggetto a misure (**equazione di Schrödinger**).

Dato lo stato iniziale di un sistema, opportunamente preparato, la teoria fornisce la probabilità di ottenere uno dei valori possibili di una generica osservabile come esito di una misura effettuata in un qualsiasi istante successivo.

La teoria è **deterministica** per l'evoluzione dei vettori di stato, ma allo stesso tempo è anche intrinsecamente **probabilistica** per la misura di osservabili incompatibili.

I concetti chiave:

- le osservabili (compatibili o incompatibili)
- lo stato del sistema (vettore di stato)
- la misura
- l'evoluzione degli stati

Se l'osservabile è la **posizione di una singola particella** in una data direzione x , allora i possibili esiti della misura sono tutte le possibili misure di posizione, rappresentabili dall'insieme di tutti i **numeri reali**. Uno stato generico

$$|\Psi\rangle$$

sarà scrivibile come somma degli infiniti stati

$$|x\rangle$$

e i coefficienti della combinazione lineare formano una funzione complessa della variabile reale x

$$\Psi(x)$$

detta **funzione d'onda**. Il **modulo quadro** della funzione d'onda è la densità di probabilità di trovare la particella in un punto generico x in dato istante.



1s



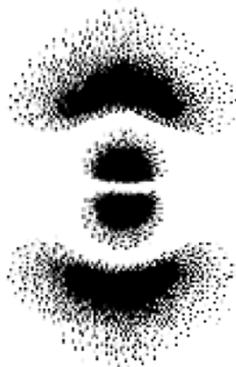
2s



2p₀



3s



3p₀



3d₀

Raffigurazione pittorica della **densità di probabilità** per gli stati di un elettrone in un atomo di idrogeno.

Il passaggio dell'elettrone da uno stato all'altro è accompagnato da emissione o assorbimento di luce (come in Bohr, ma senza orbite classiche!)

Ingredienti essenziali:

- * principio di sovrapposizione
- * definizione di misura
- * evoluzione temporale
(Schrödinger)

Secondo piatto: le implicazioni intriganti della teoria

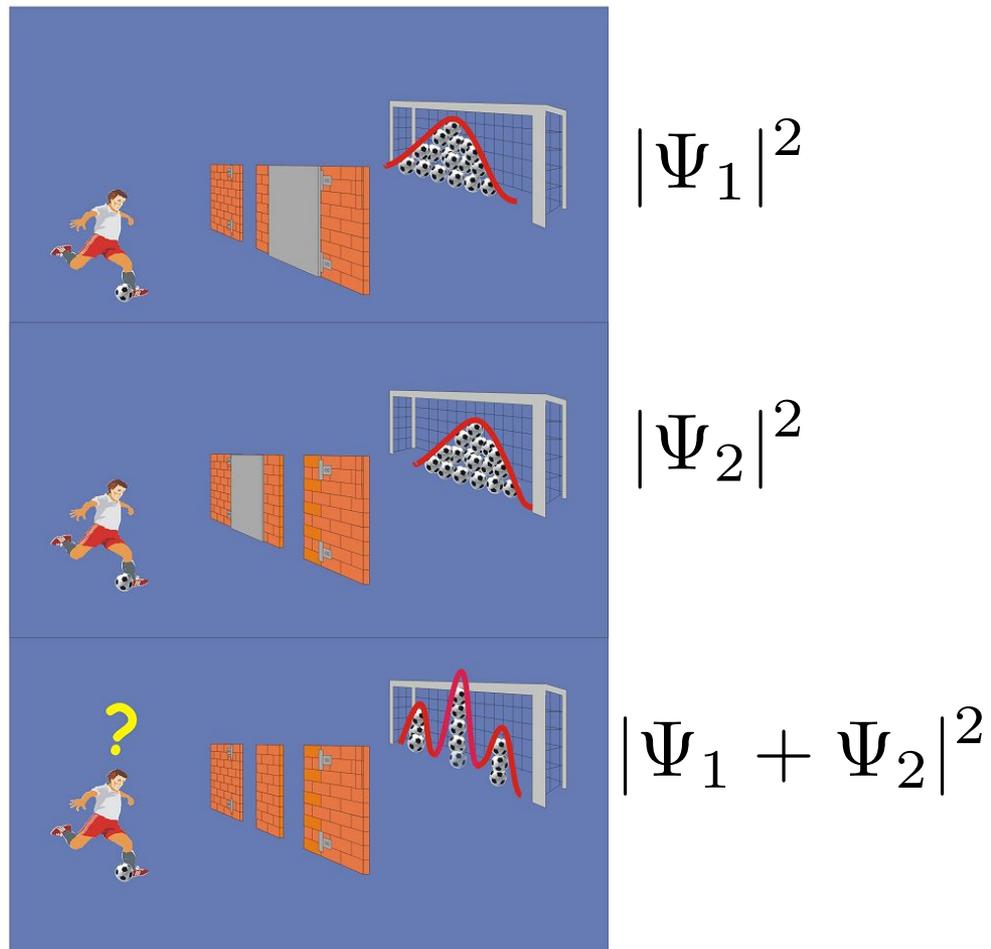
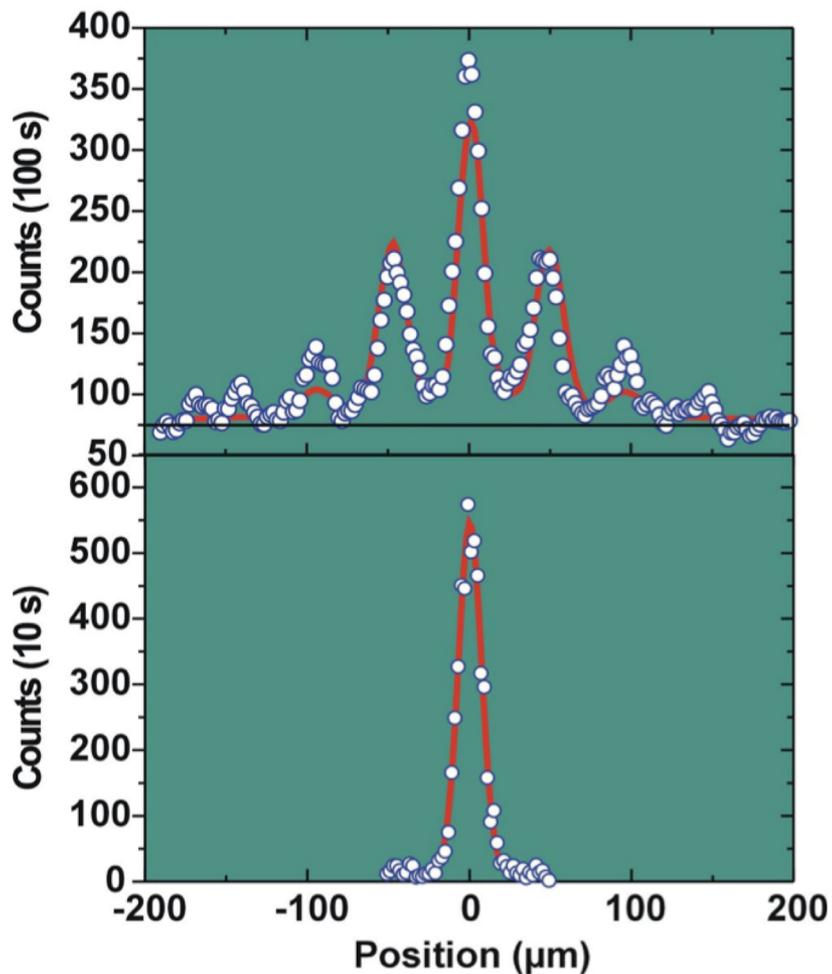


Secondo piatto: le implicazioni intriganti della teoria

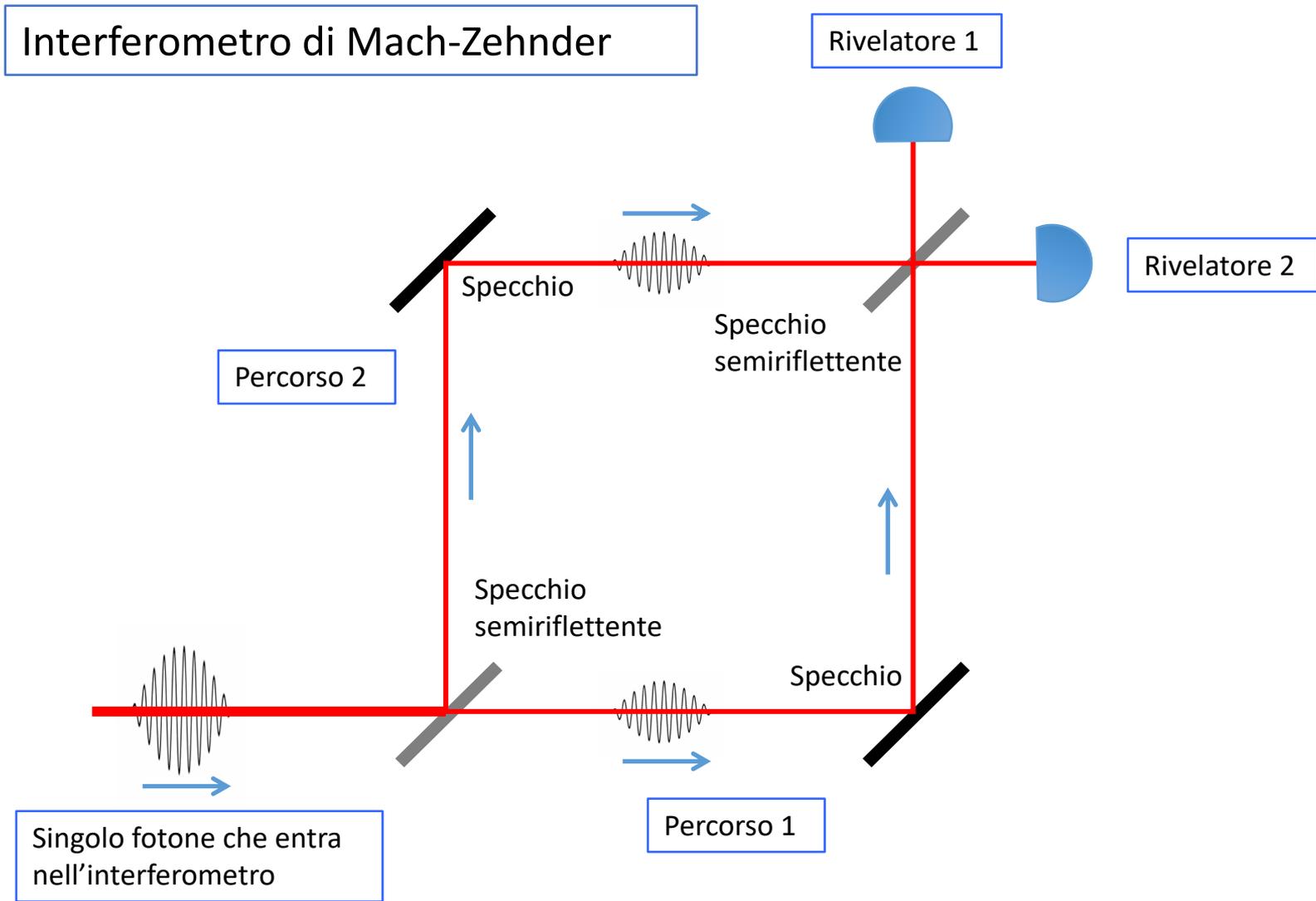
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \text{roast chicken} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \text{turkey} \right\rangle$$

Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro

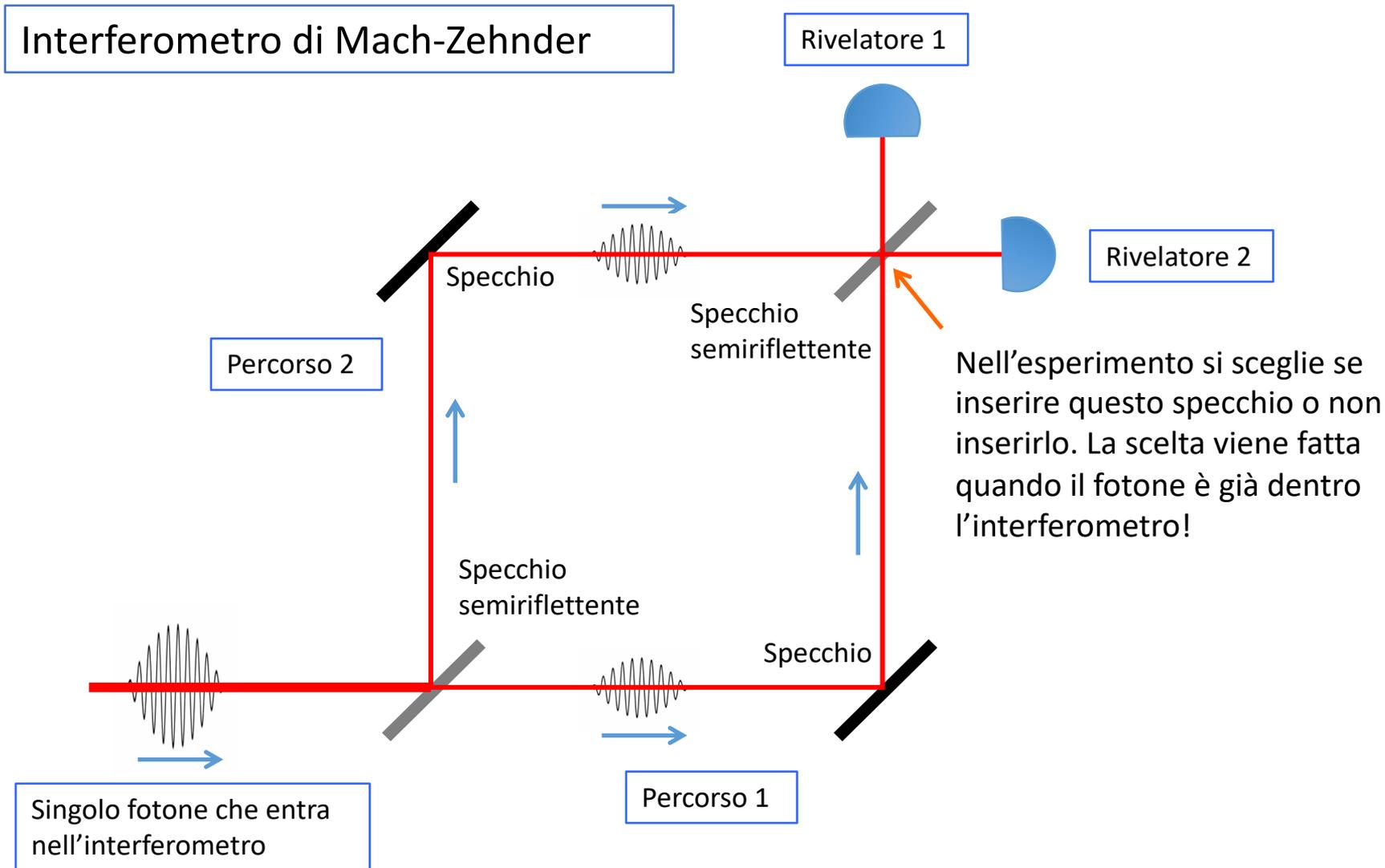
$$|\Psi_1 + \Psi_2|^2 \neq |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2$$



Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro

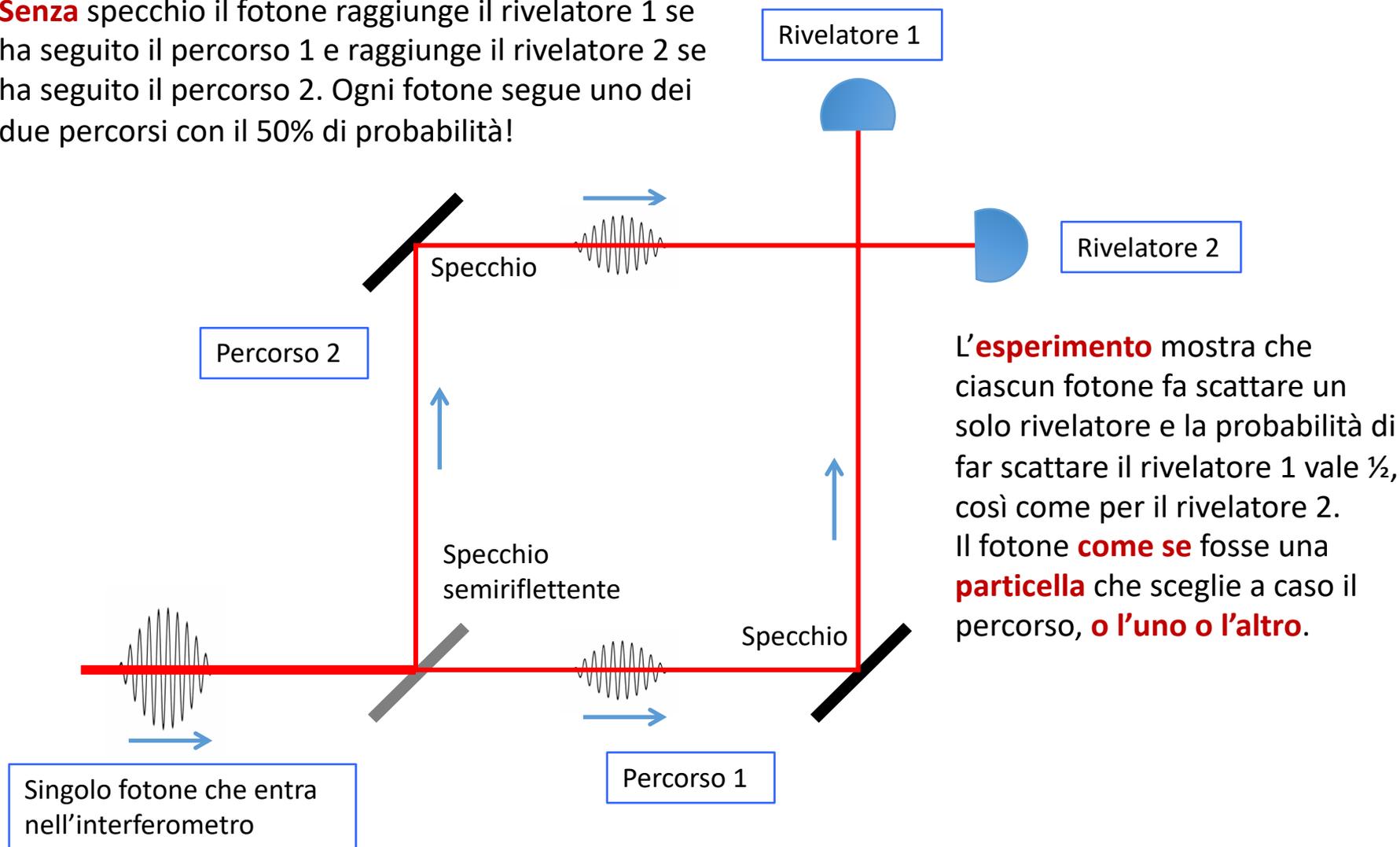


Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro



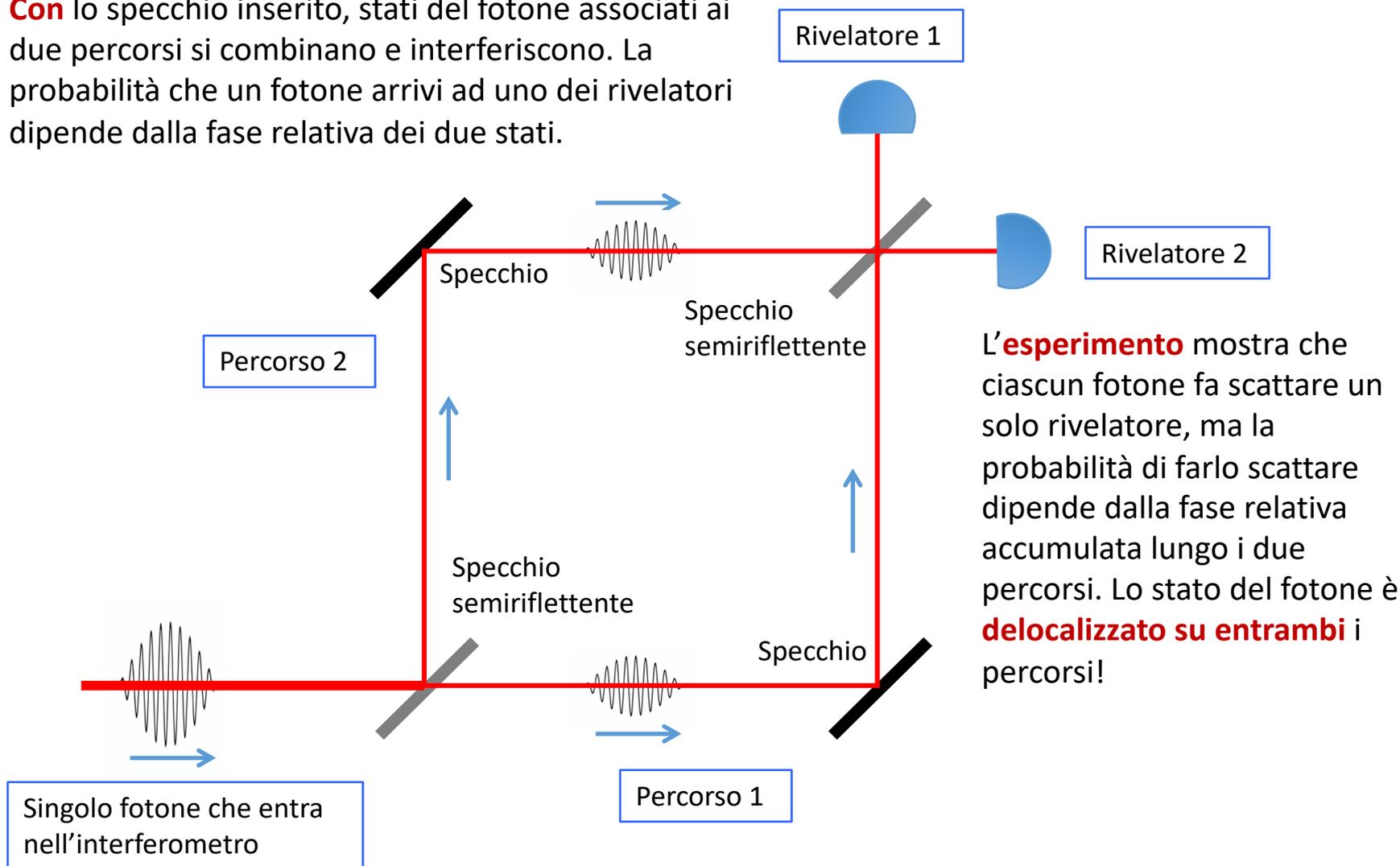
Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro

Senza specchio il fotone raggiunge il rivelatore 1 se ha seguito il percorso 1 e raggiunge il rivelatore 2 se ha seguito il percorso 2. Ogni fotone segue uno dei due percorsi con il 50% di probabilità!

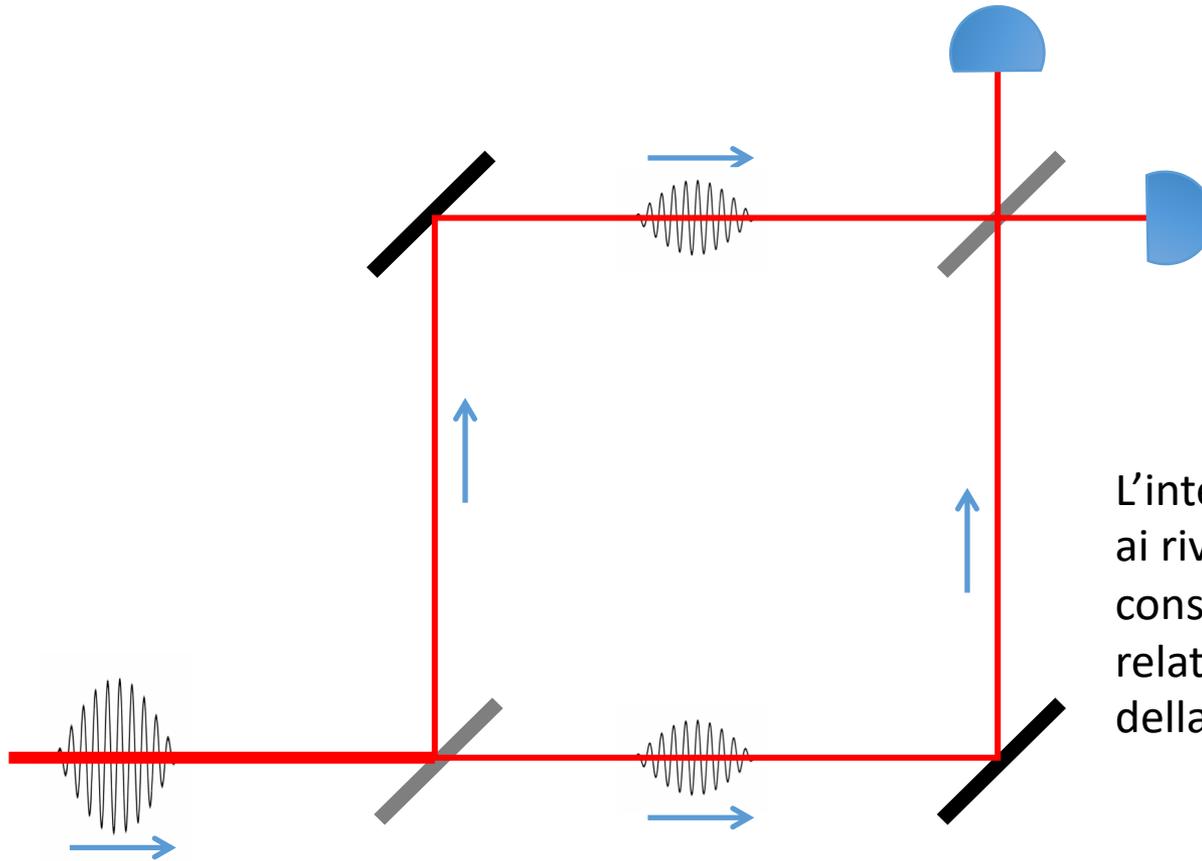


Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro

Con lo specchio inserito, stati del fotone associati ai due percorsi si combinano e interferiscono. La probabilità che un fotone arrivi ad uno dei rivelatori dipende dalla fase relativa dei due stati.



Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro



L'interferenza nel segnale ai rivelatori è una conseguenza della **fase** relativa nei coefficienti della combinazione lineare

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_1\rangle + e^{i\phi} |\Psi_2\rangle)$$

Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro

Nell'esperimento la differenza di fase delle onde che si propagano lungo i due percorsi è nota ed è controllabile a piacere.

I percorsi sono lunghi 48 metri e il fotone impiega circa 160 nanosecondi ad arrivare ai rivelatori una volta entrato.

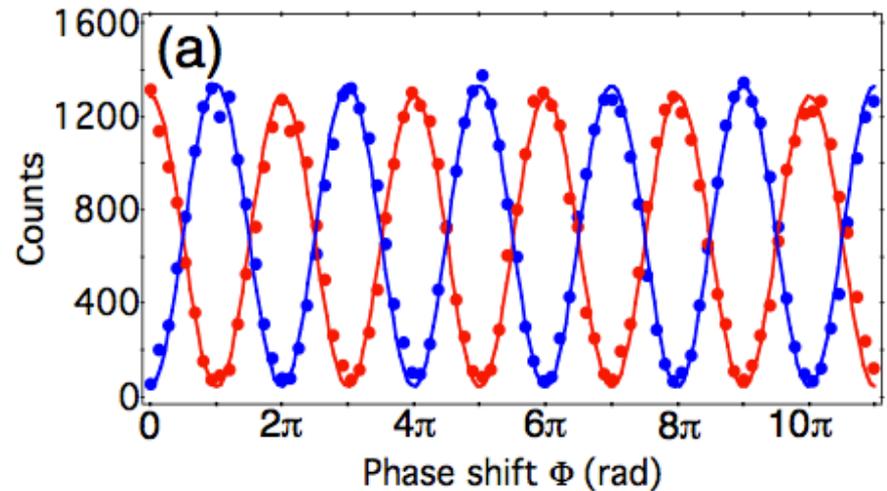
La scelta di inserire o meno l'ultimo specchio viene compiuta quando il fotone è circa a metà percorso.

Nell'interferometro non c'è mai più di un fotone alla volta.

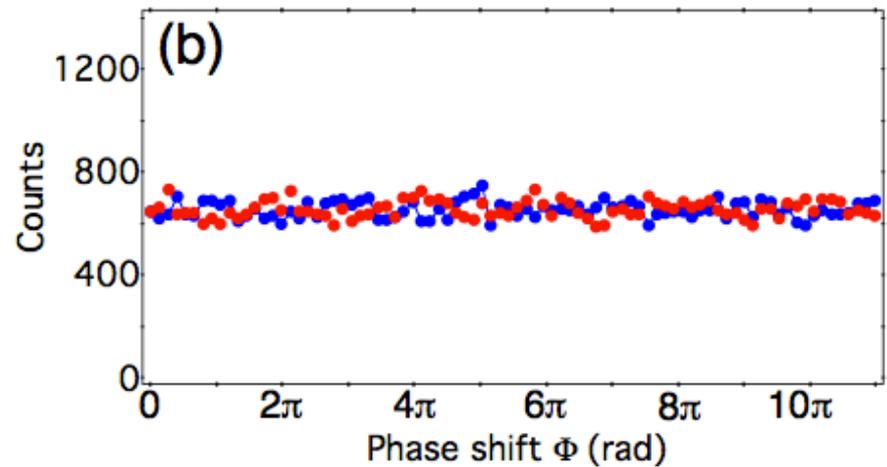
Per ogni fotone che entra, un computer registra quale rivelatore lo ha raccolto, qual era lo stato dello specchio (on/off) e il valore dello sfasamento impostato.

Bizzarria #1: gli stati di una particella interferiscono tra loro

Fotoni arrivati al rivelatore 1 (blu)
e al rivelatore 2 (rosso), con lo
specchio semiriflettente inserito

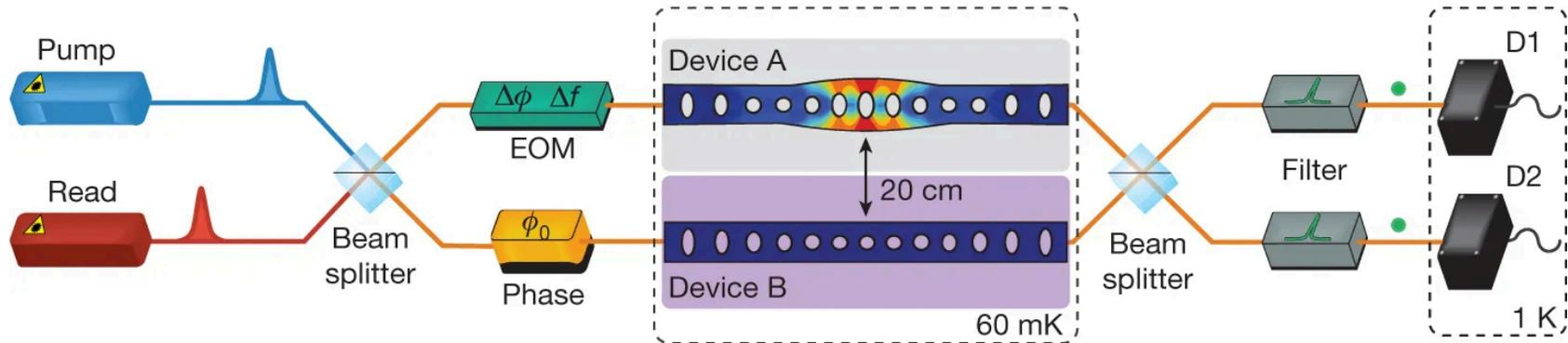


Stessa cosa, ma senza specchio



Esperimento del gruppo di Alain Aspect (2007)

Bizzarria #2: entanglement



$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_A |0\rangle_B + e^{i\phi} |0\rangle_A |1\rangle_B)$$

Remote quantum entanglement between two micromechanical oscillators

Ralf Riedinger et al., Nature **556**, 473–477 (2018)

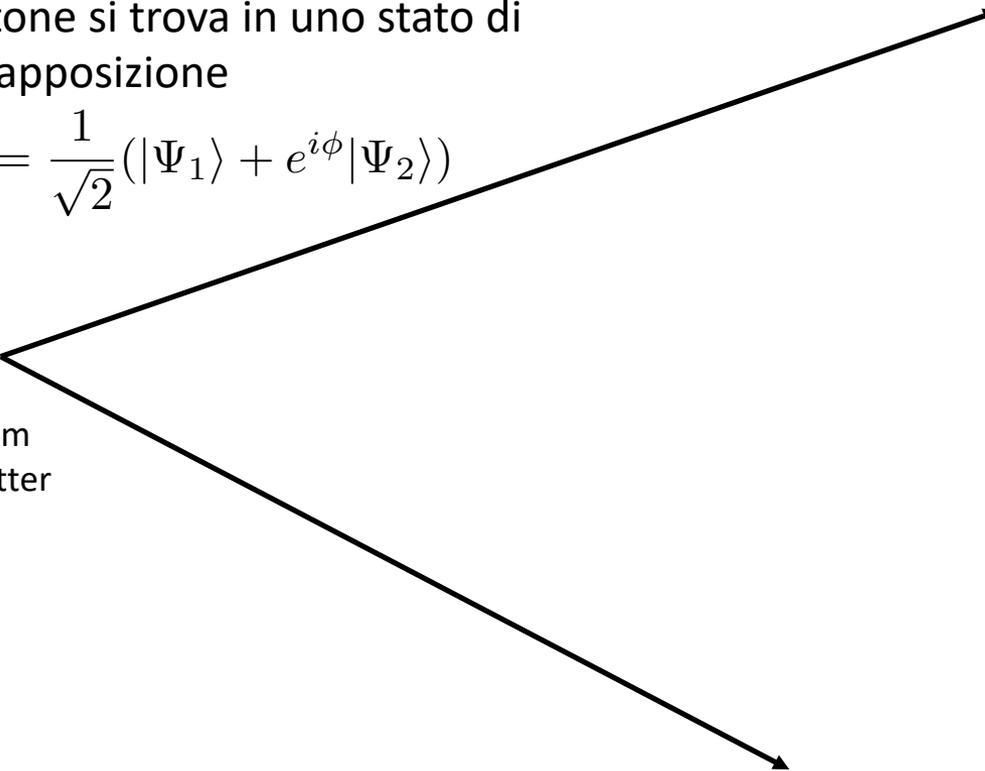
Bizzarria #3: spooky action at a distance

Il fotone si trova in uno stato di sovrapposizione

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_1\rangle + e^{i\phi}|\Psi_2\rangle)$$



Beam
splitter



Bizzarria #3: spooky action at a distance



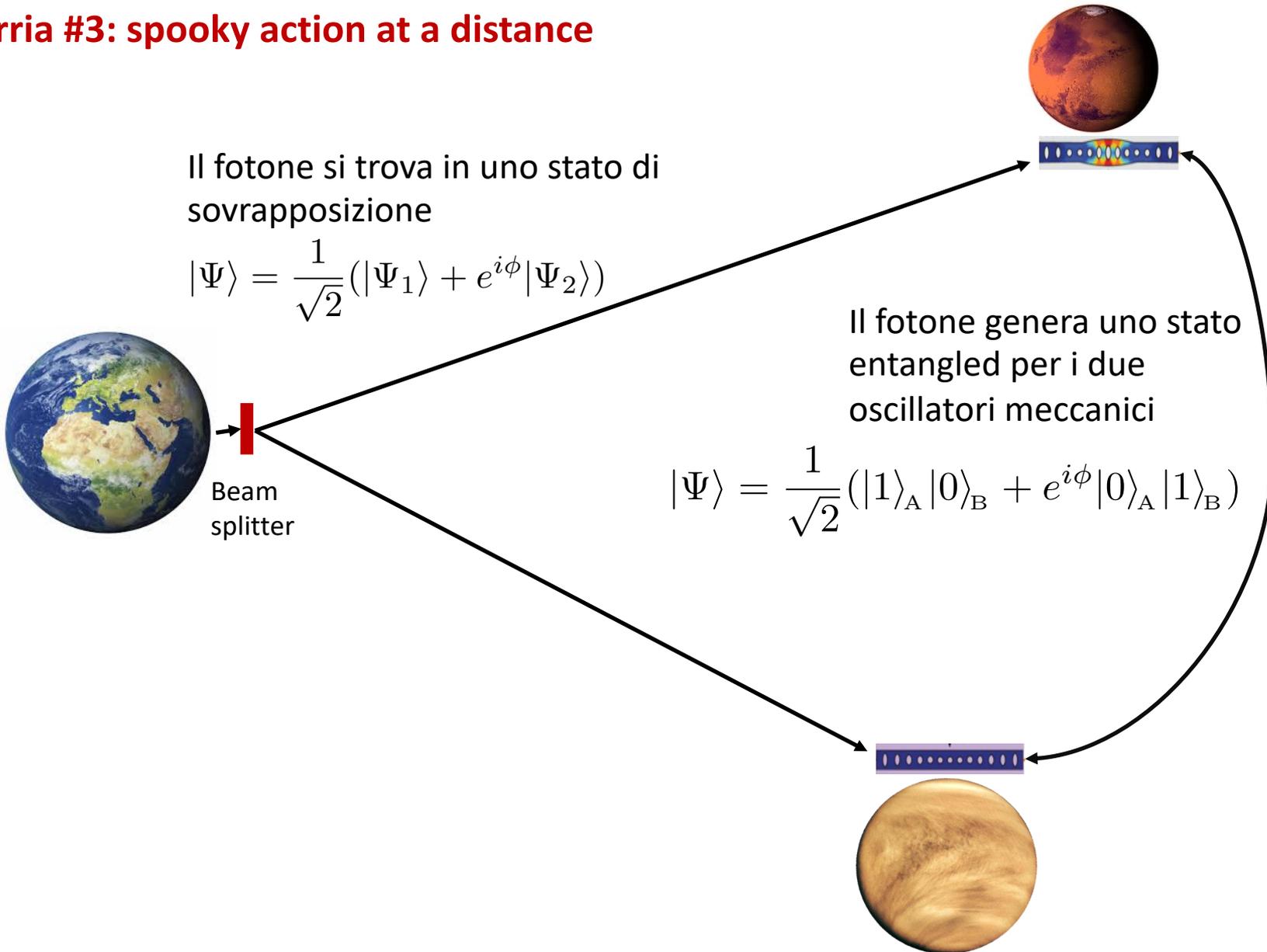
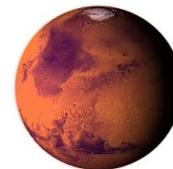
Beam splitter

Il fotone si trova in uno stato di sovrapposizione

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_1\rangle + e^{i\phi}|\Psi_2\rangle)$$

Il fotone genera uno stato entangled per i due oscillatori meccanici

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A |0\rangle_B + e^{i\phi}|0\rangle_A |1\rangle_B)$$



Bizzarria #3: spooky action at a distance



Beam splitter

Il fotone si trova in uno stato di sovrapposizione

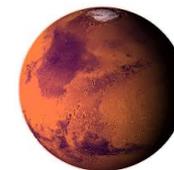
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_1\rangle + e^{i\phi}|\Psi_2\rangle)$$

Il fotone genera uno stato entangled per i due oscillatori meccanici

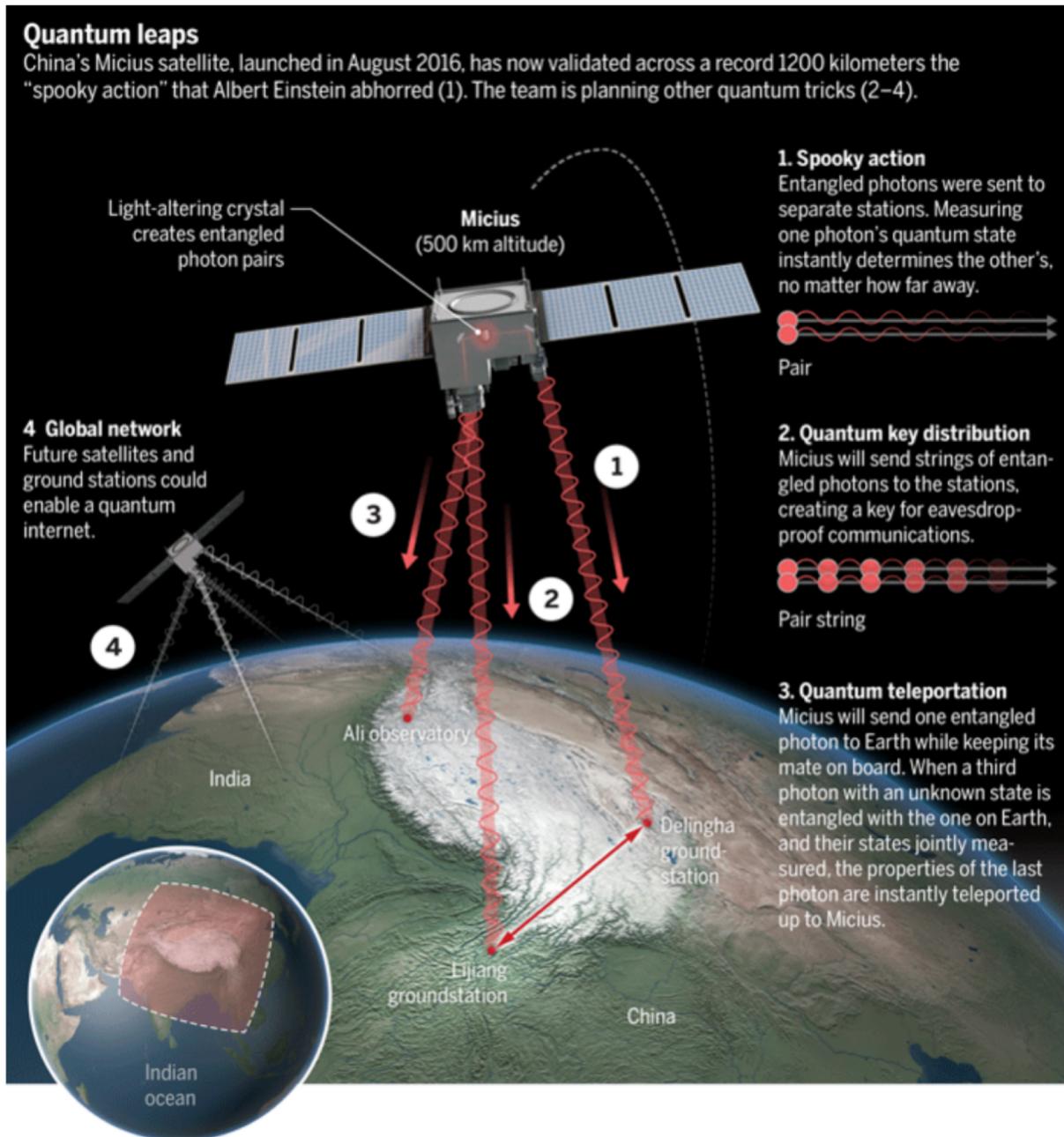
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A |0\rangle_B + e^{i\phi}|0\rangle_A |1\rangle_B)$$

La misura dello stato dell'oscillatore su Marte modifica lo stato dell'oscillatore su Venere, istantaneamente!!

(è questo che non piaceva ad Einstein)



Bizzarria #3: spooky action at a distance



Bizzarria #4: coerenza

Il fatto di poter preparare lo stato di un sistema in questo modo

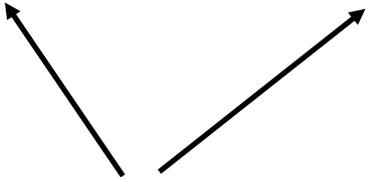
$$|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle + \dots$$

con coefficienti fissati in **modulo** e **fase**, porta a fenomeni di interferenza (osservabili per fotoni, atomi, molecole anche grandi, ...)

Bizzarria #4: coerenza

Se il sistema in esame è composto da sottosistemi

$$|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle + \dots$$



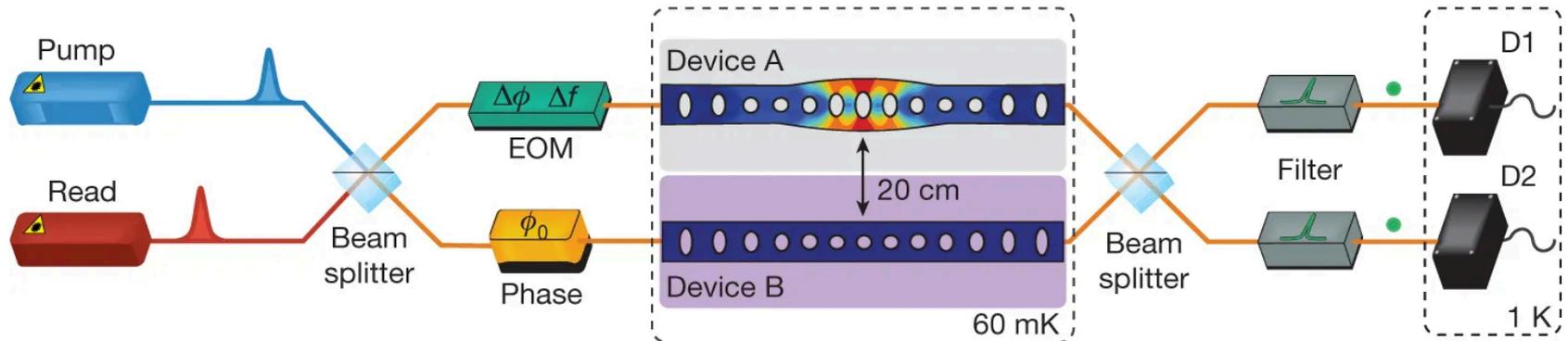
allora queste rappresentano combinazioni
degli stati di ciascun sottosistema

Ne segue che fissare i coefficienti della combinazione implica stabilire una **correlazione** rigida tra le misure che possiamo eseguire in ciascun sottosistema. I sottosistemi **non sono indipendenti**: una misura sull'uno ha effetti su ogni altro.

In tal caso diciamo che il sistema esibisce effetti di **coerenza quantistica**.

Bizzarria #4: coerenza

Un esempio è lo stato entangled dei due oscillatori, già visto prima:



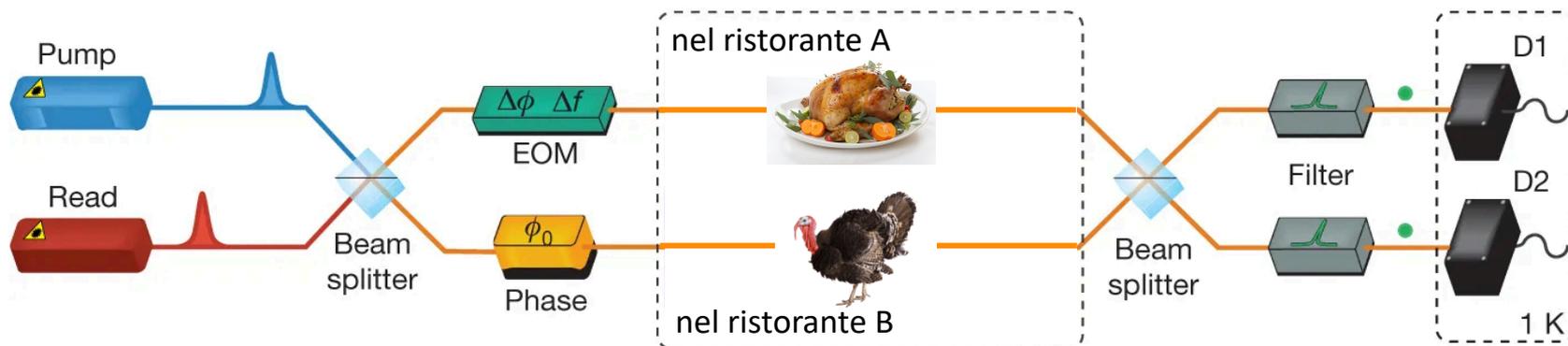
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_A |0\rangle_B + e^{i\phi} |0\rangle_A |1\rangle_B)$$

Questi oscillatori sono mesoscopici (né micro né macro). Il fatto di essere riusciti a metterli in uno stato entangled è un risultato davvero notevole!

Si può fare anche con sistemi più grandi?

Bizzarria #4: coerenza

Due tacchini in due ristoranti:



$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \begin{array}{c} \text{turkey} \\ \text{plate} \end{array} \right\rangle_A \left| \text{turkey} \right\rangle_B + e^{i\phi} \left| \text{turkey} \right\rangle_A \left| \begin{array}{c} \text{turkey} \\ \text{plate} \end{array} \right\rangle_B \right)$$

Rispetto a prima cambia il modo con cui il fotone attiva lo stato del «device» e cambia anche il numero di particelle coinvolte (da 10^{10} a 10^{26}), ma la teoria non impedirebbe di ottenere anche questo, in linea di principio.

Cos'è che rende impraticabile l'osservazione?

Bizzarria #4: coerenza

Cos'è che rende difficile l'osservazione della coerenza nei sistemi macroscopici?

$$|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle + \dots$$

I problemi principali sono due:

- 1) Se il sistema è composto da **molte** parti, ciascuna con i suoi stati possibili, la creazione di uno stato puro in cui tutti questi stati singoli si combinano con i coefficienti fissati (in modulo e fase) come li vogliamo noi, diventa sempre più difficile al crescere della taglia del sistema. C'è sempre qualche dettaglio del sistema che non riusciamo a preparare come vorremmo. Il risultato sarà che alcuni coefficienti, o tutti, avranno **fluttuazioni casuali** e la descrizione del sistema passerà attraverso una trattazione statistica. Dunque lo stato complessivo non è puro, ma è una **miscela statistica incoerente** di stati che ne descrivono le singole parti.

Bizzarria #4: coerenza

Cos'è che rende difficile l'osservazione della coerenza nei sistemi macroscopici?

$$|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle + \dots$$

I problemi principali sono due:

- 2) Se anche riuscissimo a preparare il sistema in uno stato puro, resta il problema che ogni sistema, per quante precauzioni usiamo, non è mai del tutto isolato. **Ogni interazione con l'ambiente** produce un disturbo allo stato del sistema e bastano piccole perturbazioni per indurre una perdita di coerenza. In questi casi si dice che si ha **decoerenza**. Evitare la decoerenza è difficile anche in sistemi microscopici, ma diventa proibitivo per sistemi macroscopici (sul mesoscopico si sta lavorando...)

Bizzarria #4: coerenza

Cos'è che rende difficile l'osservazione della coerenza nei sistemi macroscopici?

$$|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle + \dots$$

In sintesi, in un sistema macroscopico

- è **estremamente difficile** preparare uno stato coerente
- lo stato coerente **dura troppo poco** per effetto della decoerenza

Esempio, nell'esperimento con i due oscillatori meccanici, il tempo di decoerenza è di circa 4 microsecondi.

Bizzarria #4: coerenza

Ma allora è **impossibile** osservare la coerenza quantistica su scala macroscopica?

NO, si può !

Esistono sistemi che, in situazioni particolari, danno luogo **spontaneamente** a coerenza su scala macroscopica:

Bizzarria #4: coerenza

Ma allora è **impossibile** osservare la coerenza quantistica su scala macroscopica?

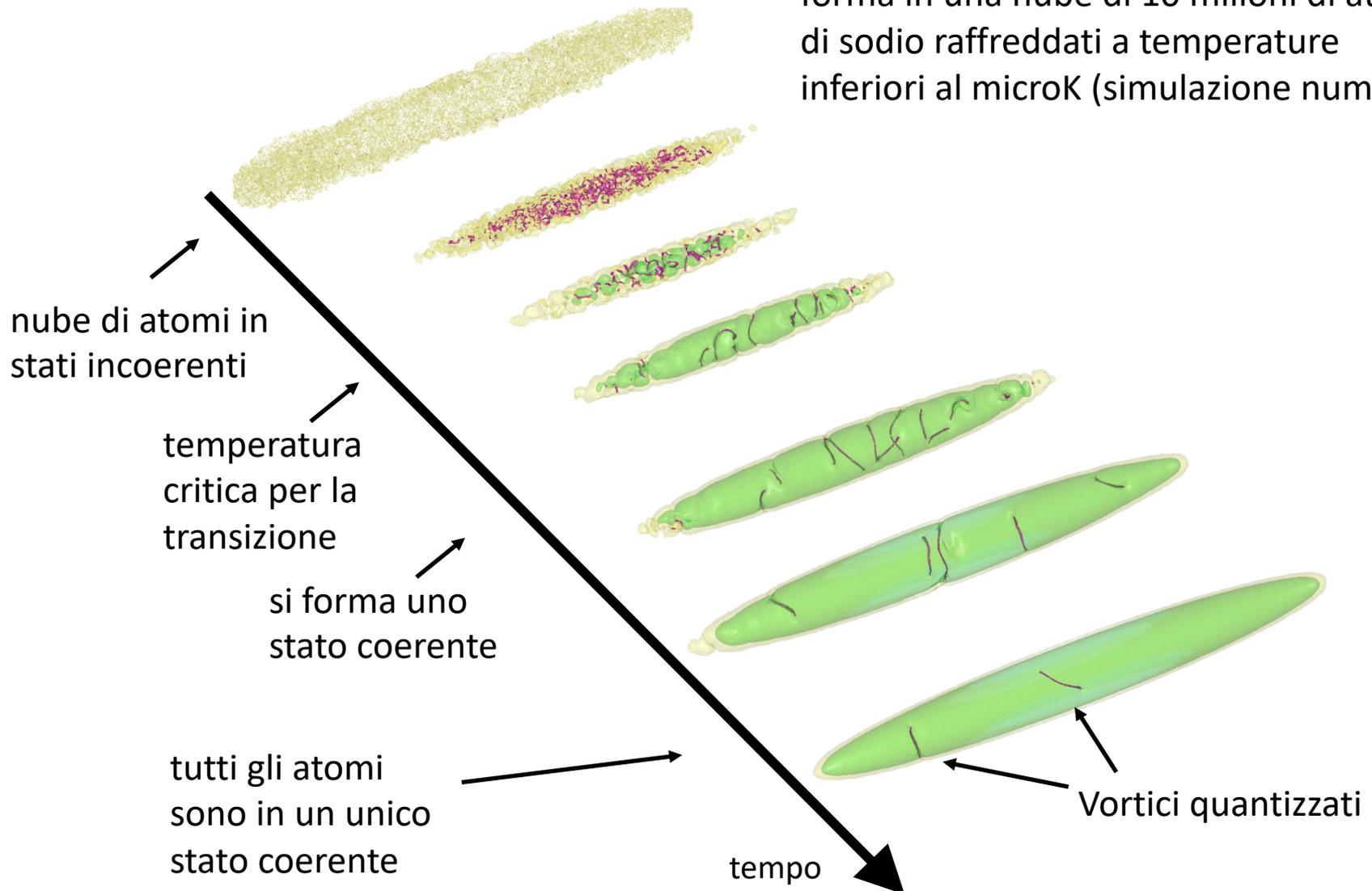
NO, si può !

Esistono sistemi che, in situazioni particolari, danno luogo **spontaneamente** a coerenza su scala macroscopica: **superconduttori** e **superfluidi**.

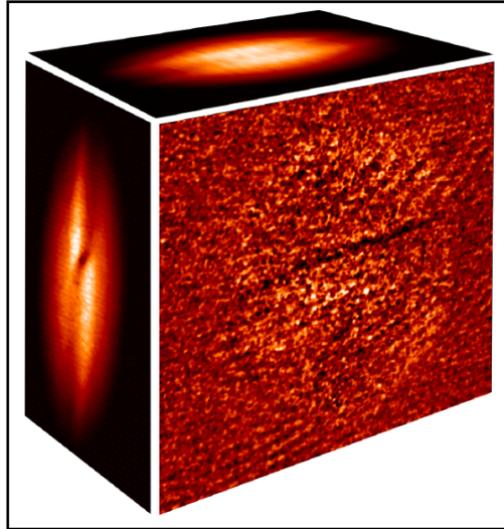


Bizzarria #4: coerenza

Un **condensato di Bose-Einstein** che si forma in una nube di 10 milioni di atomi di sodio raffreddati a temperature inferiori al microK (simulazione numerica)



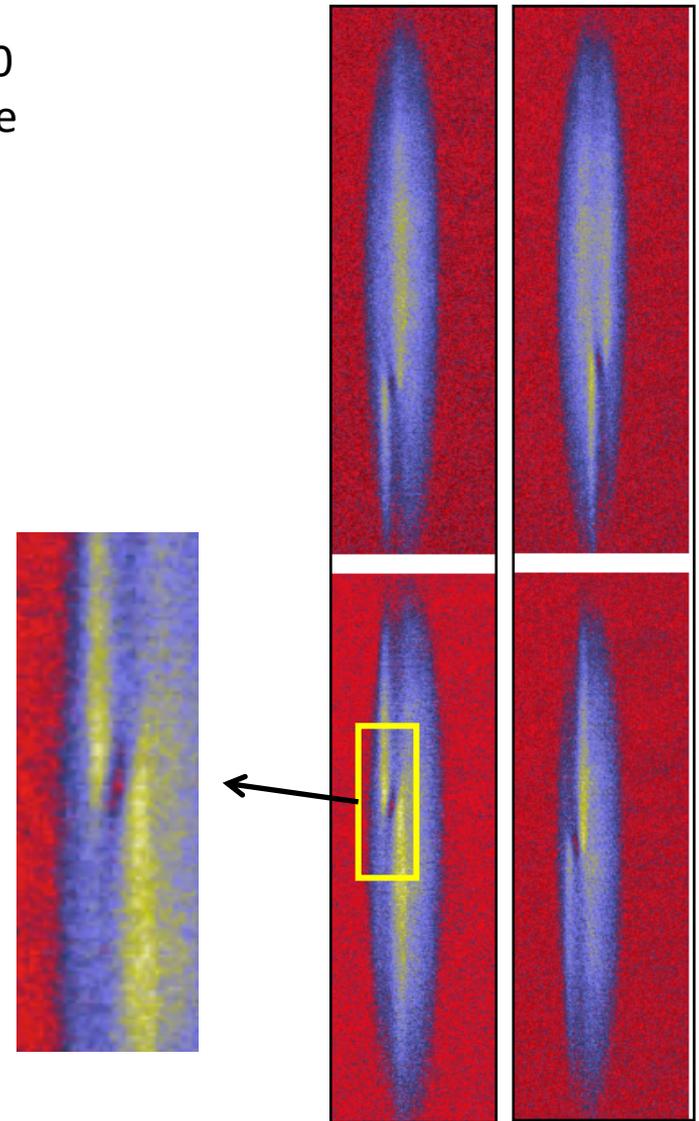
Un **condensato di Bose-Einstein** in una nube di 10 milioni di atomi di sodio raffreddati a temperature inferiori al microK (esperimenti a Trento)



Lo stato di tutti gli atomi è determinato da un'unica funzione complessa

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r}, t)} e^{i\phi(\mathbf{r}, t)}$$

La coerenza di fase può essere mantenuta per circa 10 secondi.

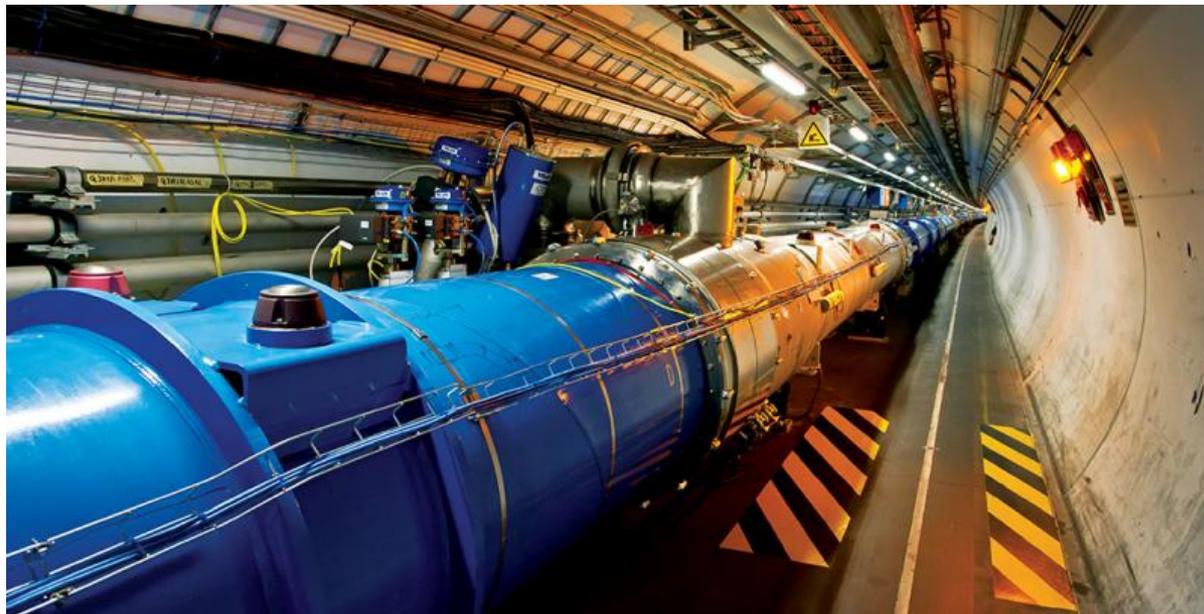


Esempio emblematico di super*: LHC al CERN

1232 electromagnets, with **superconducting NbTi cables**, made of 36 twisted 15-mm strands, each strand being made up in turn of 6000-9000 individual filaments, each filament having a diameter as small as 7 micrometres, corresponding to **7600 km** of cable, and about **270 000 km** of strand.

Dipole operating temperature = **1.9 K**

Largest cryogenic system in the world, using 10000 tonnes of liquid nitrogen and **120 tonnes of superfluid helium**.



In conclusione

abbiamo sfatato
alcuni miti sulla MQ



abbiamo elencato i
concetti essenziali
della MQ



abbiamo descritto
alcune bizzarre
conseguenze



In conclusione

abbiamo sfatato
alcuni miti sulla MQ



abbiamo elencato i
concetti essenziali
della MQ



abbiamo descritto
alcune bizzarre
conseguenze



e come dessert?
... fate domande