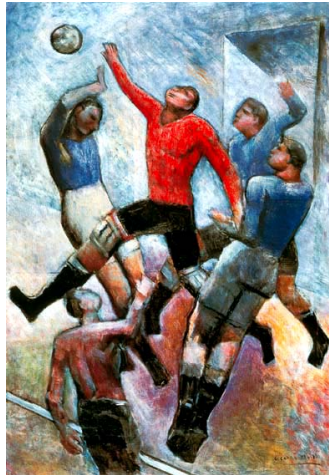


Dinamica



Dinamica = moto dei corpi in relazione alla loro **interazione reciproca** o, in altri termini, in relazione alle **cause** (fisiche) del moto stesso.

Consideriamo prima il moto di corpi la cui dimensione spaziale sia trascurabile (**particelle** o punti materiali). Poi tratteremo i sistemi di più particelle e, infine, i corpi estesi.

Ingredienti principali della dinamica newtoniana:

- l'inerzia
- la massa
- la quantità di moto
- la forza
- l'equazione del moto
- il principio di azione e reazione
- il principio di relatività

Sono strettamente legati tra loro e riflettono, nel loro insieme, una visione unitaria della realtà fisica.

Il principio d'inerzia

Formulazione newtoniana:

Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.

È anche detta “legge d'inerzia” o “prima legge di Newton”

Nota: è necessario il concetto di forza per enunciare il principio? No

Il principio d'inerzia

Versione galileiana:

Se un corpo è lasciato solo, senza che sia influenzato da altri corpi, esso continuerà a muoversi a velocità costante, se inizialmente era in moto, o rimarrà fermo, se lo era inizialmente.

Un corpo che non sia soggetto all'influenza di altri corpi è una particella libera. Il principio d'inerzia stabilisce quindi che **una particella libera mantiene una velocità costante** oppure rimane ferma.

Il principio d'inerzia

Da dove viene?

Dall'**osservazione** (esempi), ma non è così ovvio.

Occorre estrapolare dai moti reali un moto ideale, libero. Questa estrapolazione richiede l'uso di **modelli** e/o di **accorgimenti** tecnici che permettano di eliminare gli **impedimenti** e le **caratteristiche inessenziali** del movimento (vedi Galileo, i piani inclinati, i pendoli, ecc.).

[*nota su cosa si intenda per verificare un principio*]

Inerzia e relatività

Il principio d'inerzia è intimamente connesso al concetto di relatività del moto!!

Esempio del treno che viaggia a velocità costante su un binario rettilineo: una biglia nello scompartimento osservata da **due osservatori** diversi, uno sul treno, l'altro in stazione.

Ai fini della descrizione del moto e dell'applicazione del principio d'inerzia, **i due osservatori sono equivalenti**, e sono pure equivalenti i due stati della biglia: la quiete e il moto uniforme!!

Inerzia e relatività

Quiete e **moto uniforme** non sono stati diversi, sono lo **stesso stato visto da osservatori diversi**, l'uno in moto rispetto all'altro di moto relativo uniforme.

La quiete assoluta non esiste più !!

[nota su Galileo e la rotazione della terra]

Inerzia e relatività

Se il treno accelera o frena, l'equivalenza tra i due osservatori non è più assicurata. Uno dei due dirà che il principio d'inerzia non è applicabile a ciò che osserva.

È dunque possibile **distinguere** tra i due osservatori dall'applicabilità o la non applicabilità del principio.

Una volta associato un sistema di riferimento ad un osservatore si dirà, per **definizione**, che un sistema di riferimento nel quale il principio d'inerzia è valido è un **sistema di riferimento inerziale**.

Inerzia e relatività

Dato un sistema di riferimento inerziale, tutti quelli in **moto relativo uniforme** rispetto al primo sono altrettanto **inerziali** (ce ne sono infiniti). Tutti quelli che sono **accelerati** rispetto al primo sono invece sistemi di riferimento **non inerziali**.

Il principio d'inerzia può essere interpretato come un enunciato sull'esistenza dei sistemi di riferimento inerziali !!

Inerzia e relatività

Il principio di **relatività** (galileiana) corrisponde ad assumere che tutti i sistemi di riferimento inerziali sono **equivalenti** ai fini della descrizione dei fenomeni fisici:
la fisica è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali !!

Dal punto di vista **pratico** si tratterà di trovare dei sistemi di riferimento reali che siano **sufficientemente inerziali** da potervi applicare le leggi della dinamica con la **precisione cercata**.

Inerzia e relatività

Una volta stabilita la natura del moto libero inerziale e l'equivalenza tra stato di quiete e di moto uniforme, lo studio del moto si concretizzerà nello stabilire le **relazioni causali** esistenti tra **le interazioni che agiscono fra i corpi** e **le variazioni del loro stato di moto**.

Massa

Nella meccanica newtoniana l'inerzia è una proprietà della materia. Per rendere tale concetto più quantitativo (misurabile), spogliando la materia da altri attributi inessenziali, Newton introdusse la **massa** e la **quantità di moto** di un corpo.

Punto di partenza: Se si vuole modificare lo stato di moto di un corpo si deve agire con uno "sforzo". Lo sforzo necessario dipende dalla **variazione di velocità** che si vuole produrre e da **qualche caratteristica** del corpo considerato.

Massa

Si tratta di isolare una grandezza fisica che, **da sola**, caratterizzi la **tendenza di un corpo a mantenere il suo stato** di quiete o di moto uniforme.

Se esiste, una tale grandezza la chiamiamo massa.

Ci servono **procedure operative** per la misura (e un campione).

Massa

Spingiamo un carrello allo scopo di imprimergli una certa velocità:



Diciamo che la massa del carrello è maggiore se, a parità di velocità finale del carrello, lo sforzo necessario è maggiore.

[nota: istintivamente questo ha a che fare anche con il peso, ma del peso parleremo più avanti; qui porterebbe fuori strada]

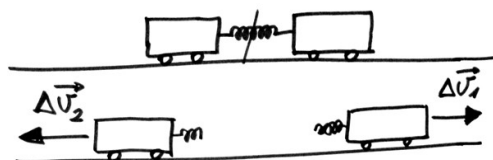
Massa

Notiamo che, al fine di accelerare il carrello efficacemente, occorre assicurarsi che il pavimento non sia troppo scivoloso. Altrimenti la persona che spinge, nell'imprimere lo sforzo, finisce per scivolare indietro.

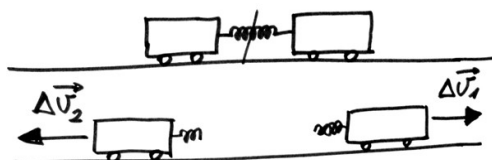


Massa

Possiamo tradurre questa **idea qualitativa** in un **esperimento quantitativo**, utilizzando ad esempio due carrelli, inizialmente in quiete, tenuti assieme da una molla. Sganciando i carrelli la molla si stende ed imprime ai due carrelli la stessa spinta nella stessa direzione ma in verso opposto.



Massa



Per come abbiamo introdotto il **concetto intuitivo di massa**, siamo portati a dire che **la velocità finale dei due carrelli sarà la stessa**, in modulo, se i due hanno la **stessa massa**.

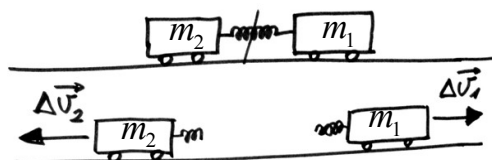
Possiamo così individuare, **operativamente**, un insieme di carrelli aventi la stessa massa.

Massa

Poi possiamo ripetere l'esperimento mettendo un numero diverso di carrelli identici, fissati tra loro, a destra e sinistra.

Nel caso di un carrello a destra della molla e due a sinistra, osserviamo che la velocità finale del singolo carrello è due volte la velocità finale della coppia. E così via...

Massa

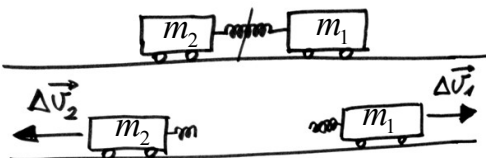


Generalizzando la procedura, possiamo dire che il rapporto tra le velocità finali, in modulo, è univocamente determinato dalle masse poste in movimento. Possiamo **definire la massa** proprio dalla misura di tale rapporto:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\Delta \vec{v}_2|}{|\Delta \vec{v}_1|}$$

Massa

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\Delta \vec{v}_2|}{|\Delta \vec{v}_1|}$$



Possiamo scegliere arbitrariamente un carrello come **campione** di massa convenzionale.

Allora **il rapporto delle velocità fornisce la misura della massa dell'altro carrello nelle unità convenzionali scelte**. Ciò completa la definizione operativa di massa.

[nota: questa la chiamiamo **massa inerziale**]

[altra nota: la definizione di massa come **quantità di materia**]

Quantità di moto

Definiamo una nuova grandezza fisica, che chiamiamo quantità di moto (o momento lineare, oppure semplicemente momento):

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Il passo successivo consiste nel mettere in relazione la variazione di quantità di moto di un corpo con l'interazione che agisce tra esso e gli altri corpi che ne influenzano il movimento.

Forza

Se vogliamo che un corpo cambi il suo stato di moto, ovvero la sua quantità di moto, dobbiamo farlo **interagire** con altri corpi.

Esempio: un carrello viene spinto e acquista velocità.

L'effetto sul moto dipende anche dalla **durata** dell'azione. Più a lungo si esercita la spinta e più veloce sarà il carrello alla fine.

Forza

Consideriamo un corpo che al tempo t si trovi nel punto \vec{r} e abbia velocità \vec{v} e in seguito, per un tempo Δt si muove sotto l'effetto dell'interazione con gli altri corpi.

Se l'intervallo Δt è sufficientemente piccolo, possiamo assumere ragionevolmente che la variazione di quantità di moto sia **direttamente proporzionale alla durata Δt** , qualsiasi sia la natura dell'interazione.

Forza

Tutta l'**informazione sulla natura dell'interazione** sarà così contenuta nel **coefficiente di proporzionalità**.

Il rapporto tra la variazione di quantità di moto e l'intervallo di tempo in cui si verifica, nel limite di intervalli di tempo molto piccoli (infinitesimi) coincide, nel linguaggio matematico, con la derivata prima della quantità di moto rispetto al tempo. Dunque:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \text{qualcosa che esprima l'interazione in forma matematica}$$

Forza

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \text{qualcosa che esprima l'interazione in forma matematica}$$

Il qualcosa che sta a destra lo chiamiamo **forza**.

Per rendere omogenea la relazione, avendo a sinistra un vettore, la forza stessa deve essere un **vettore**.

Stiamo dunque assumendo che esista una grandezza vettoriale, la forza, capace di produrre variazioni di quantità di moto **!!**

Forza

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Da cosa può dipendere la forza?

Sicuramente dalla collocazione del corpo nello spazio rispetto agli altri corpi che lo possono influenzare. Assegnato un sistema di riferimento e collocati i corpi nello spazio, possiamo dire che la forza può essere quindi una funzione della **posizione**. Potrebbe anche dipendere dalla **velocità** reciproca. Può pure avere una dipendenza esplicita dal **tempo**.

Forza

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Può dipendere dall'accelerazione del corpo? **NO**

Date la **posizione** e la **velocità** di un corpo in un certo istante e la **forza** che agisce su di esso in quello stesso istante vogliamo che il suo moto futuro sia **determinato univocamente** (vogliamo una teoria **deterministica**)!! Ne segue che la forza (**causa**) non può dipendere dalla variazione di quantità di moto (**effetto**). Per un corpo di massa assegnata, ciò si traduce nel fatto che la forza **non può dipendere dall'accelerazione**.

Seconda legge di Newton

Dunque possiamo scrivere, in generale

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

dove \vec{F} è la forza complessiva che agisce sul corpo assegnato per effetto degli altri corpi che ne influenzano il moto.

Questa relazione è nota come **seconda legge di Newton**, o come **secondo principio della dinamica**, o semplicemente come **equazione del moto**.

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #1

Il contenuto della legge può essere sintetizzato così:

1) esiste una grandezza fisica (vettoriale), la forza, che riassume in sé l'interazione tra i corpi, e che può dipendere dal tempo, dalla disposizione dei corpi nello spazio e dalla loro velocità

2) la forza produce variazioni di quantità di moto secondo la relazione scritta sopra.

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #2

La II legge di Newton **non è una definizione della forza !!**

Per rendere operativo il principio occorre individuare, caso per caso, qual è il tipo di forza che interviene e inserirla nella II legge, in modo da trasformare quest'ultima in un'equazione (differenziale) da risolvere.

Affinché la teoria sia predittiva, la forza deve essere assegnata indipendentemente.

[Nota: la forza gravitazionale fu il primo esempio]

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #2

D'altra parte possiamo notare che il membro di sinistra della II legge contiene grandezze riferite alla **particella** di cui si segue il moto, mentre il membro di destra ha origine dall'interazione con le **altre particelle**. Sono necessariamente cose diverse nella loro definizione, anche se uguali nell'equazione.

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #3

Il **calcolo differenziale** (infinitesimale) è necessario !!

Se la forza che agisce su un corpo è costante, allora la II legge di Newton può essere riscritta per

intervalli di tempo finiti, nella forma $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$

oppure $\Delta\vec{p} = \vec{F} \Delta t$

Queste equazioni sono tanto semplici quanto scarsamente generali.

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #3

Ma in generale le forze che agiscono su un corpo **variano nel tempo** e le leggi del moto devono essere scritte ricorrendo al calcolo infinitesimale (derivate e integrali di funzioni a una o più variabili).

La variazione di quantità di moto in un intervallo di tempo finito, si calcolerà quindi in questo modo:

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt \quad \longrightarrow \text{Questo integrale è detto } \mathbf{impulso}$$

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #3

In sintesi, l'unico modo per evitare il calcolo differenziale è limitarsi al caso, possibile ma raro, di forze costanti. Altrimenti servono derivate e integrali.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt$$

[nota su Newton e Leibniz]

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #4

Per particelle di massa costante:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

e dunque

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

→ Questa è ben nota !!

oppure

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \left(\vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t \right)$$

Equazione differenziale del II ordine nell'incognita $\vec{r}(t)$

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #5

Rapporto tra I e II legge di Newton.

Nel caso di **forza nulla** la II legge dice che una particella di massa m ha **accelerazione nulla** (moto uniforme). Sembrerebbe che il principio di inerzia sia un caso particolare della II legge. È così ?

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #5

Rapporto tra I e II legge di Newton.

Nel caso di **forza nulla** la II legge dice che una particella di massa m ha **accelerazione nulla** (moto uniforme). Sembrerebbe che il principio di inerzia sia un caso particolare della II legge. È così ? **NO.**

Per formulare la II legge è necessario **prima di tutto** stabilire quali sistemi di riferimento si devono utilizzare per descrivere il moto: i **sistemi inerziali**. La I legge ci dice che esistono e cosa sono!!

Seconda legge di Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Commento #6

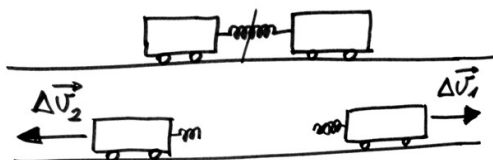
Da dove viene la II legge?

Dalle **osservazioni**, come tutte le leggi fisiche! Ma non è ovvio.

Occorre individuare quali sono le forze che agiscono tra le particelle e verificare se ci sia accordo tra le predizioni della legge, con le forze assegnate, e i moti realmente osservati in natura, entro gli errori sperimentali.

[questo fece Newton con la forza gravitazionale]

Il principio di azione e reazione



Nell'esperimento con i carrelli c'era **un'assunzione implicita**: che la spinta esercitata dalla molla fosse la stessa a destra e a sinistra.

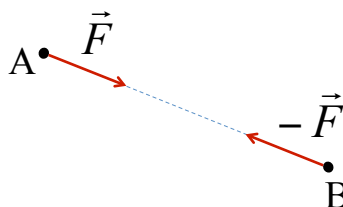
Ora che abbiamo introdotto il concetto di forza, conviene esplicitare e generalizzare tale assunzione, in forma di un nuovo principio...

Il principio di azione e reazione

Per ogni forza prodotta da un corpo A su corpo B esiste una forza uguale e opposta prodotta da B su A

Questa affermazione la assumiamo vera sempre e la chiamiamo **principio di azione e reazione**, o **terza legge di Newton**.

Da dove viene ?
Dalle osservazioni...



Il principio di azione e reazione

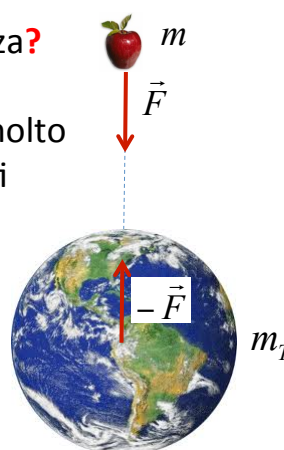
A volte potrebbe sembrare controintuitivo.

La mela attrae la terra con la stessa forza?

Sì, ma l'accelerazione della terra sarà molto più piccola (trascurabile a tutti gli effetti pratici). Infatti:

$$m_T |\vec{a}_T| = |\vec{F}| \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{\vec{a}_T}{a} \right| = \frac{m}{m_T} < 10^{-25}$$

$$m |\vec{a}| = |\vec{F}|$$



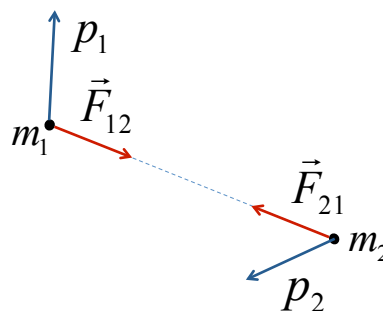
Il principio di azione e reazione

Il significato del principio di azione e reazione si capisce meglio se si guarda al comportamento della **quantità di moto**.

Per **due corpi** che interagiscono **solo tra loro**, la seconda legge dice che

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{21}$$



Ora aggiungiamo la terza legge $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Il principio di azione e reazione

II legge $\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12}$ $+$ III legge $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

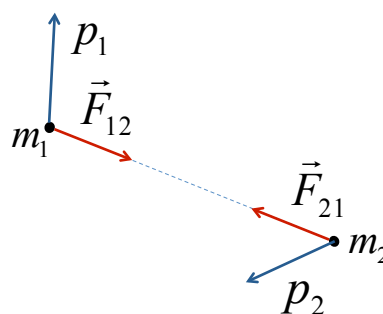
$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

ovvero

$$\frac{d\vec{p}_{\text{tot}}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

la quantità di moto totale si conserva !!

Vale anche all'incontrario, infatti...



Il principio di azione e reazione

Il legge $\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12}$ + conserv. p_{tot} $\frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$

$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{21}$

$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Dunque, una volta combinate con la II legge, la conservazione della quantità di moto e il principio di azione e reazione sono **equivalenti**.

Il principio di azione e reazione

La cosa è facilmente generalizzabile a sistemi di N particelle interagenti solo tra loro (**systemi isolati**): il principio di azione e reazione implica la **conservazione della quantità di moto totale** del sistema.

In altri termini: *un sistema di particelle non può modificare il suo stato di moto globale per effetto delle sole forze interne !!*

[note: questo risultato è legato all'omogeneità dello spazio; simmetrie e leggi di conservazione, primo assaggio; il problema dell'azione a distanza]

Ingredienti principali della dinamica newtoniana:

- l'inerzia
- la massa
- la quantità di moto
- la forza
- l'equazione del moto
- il principio di azione e reazione
- il principio di relatività

Li abbiamo visti tutti.

Ora si tratta di introdurre esempi di forze e vedere se il tutto funziona.