Moti relativi

Relatività galileiana

Ne avevamo già parlato quando si parlava di principio d'inerzia. Sono concetti strettamente legati tra loro.

Relatività galileiana

« Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran naviglio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti: siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza. [...] Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia mentre il vascello sta fermo non debbano succedere così: fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur di moto uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti; né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina, o pure sta ferma.» (Salviati, giornata seconda)

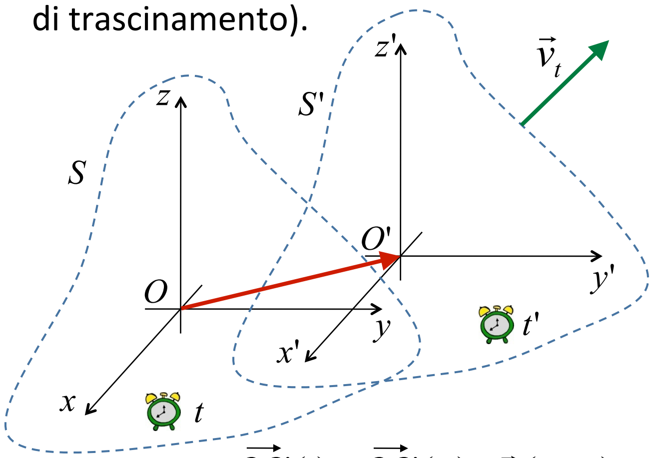
Relatività galileiana

La fisica deve essere la **stessa** in tutti i sistemi di riferimento **inerziali** **!**

Per rendere operativo tale concetto occorrono leggi matematiche che leghino tra loro le coordinate spaziali e temporali di sistemi di riferimento diversi (gli osservatori devono poter comunicare informazioni quantitative).

Trasformazioni di Galileo

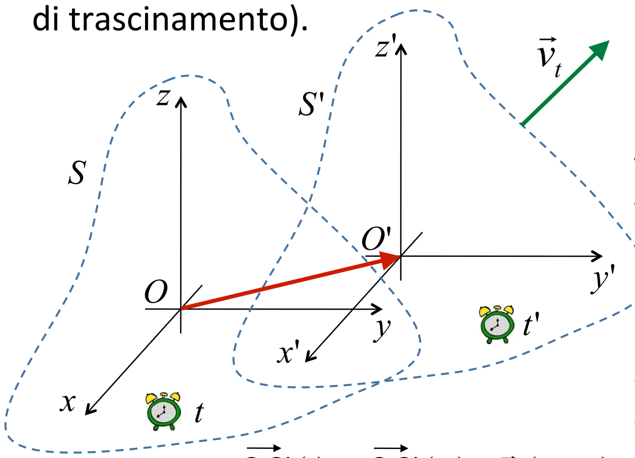
Supponiamo di avere due sistemi di riferimento inerziali S e S′, in moto relativo a **velocità costante** $\vec{v}_t$ (velocità di trascinamento).



$$\overrightarrow{OO'}(t) = \overrightarrow{OO'}(t_0) + \vec{v}_t(t - t_0)$$

Trasformazioni di Galileo

Supponiamo di avere due sistemi di riferimento inerziali S e S′, in moto relativo a **velocità costante** $\vec{v}_t$ (velocità di trascinamento).

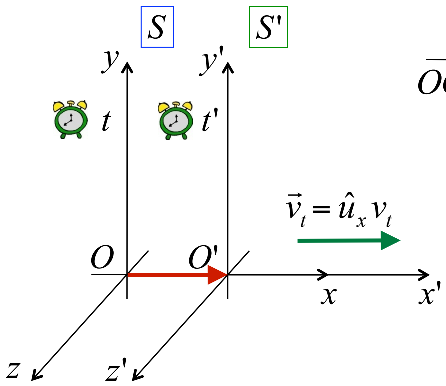


Siamo liberi di scegliere la posizione di O e O', il tempo t_0, e l'orientazione degli assi, senza perdere di generalità.

$$\overrightarrow{OO'}(t) = \overrightarrow{OO'}(t_0) + \vec{v}_t(t - t_0)$$

Trasformazioni di Galileo

L'unica direzione assegnata è quella di $\vec{v}_t$. Possiamo mettere uno degli assi in quella direzione e far combaciare le due origini al tempo $t_0=0$.

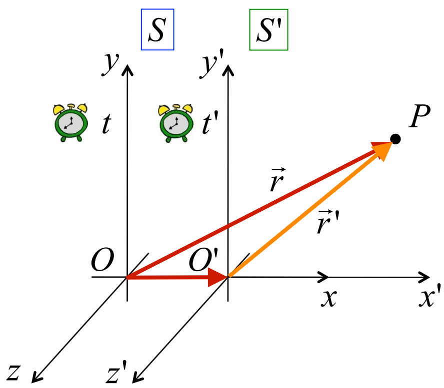


$$\overrightarrow{OO'}(t) = \vec{v}_t t$$

questa è la posizione di O' vista dal sistema di riferimento S

Trasformazioni di Galileo

Ora immaginiamo di seguire il moto di una stessa particella usando le coordinate sia di S che di S′



$$\overrightarrow{OO'}(t) = \vec{v}_t t$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \overrightarrow{OO'} = \vec{r}' + \vec{v}_t t$$

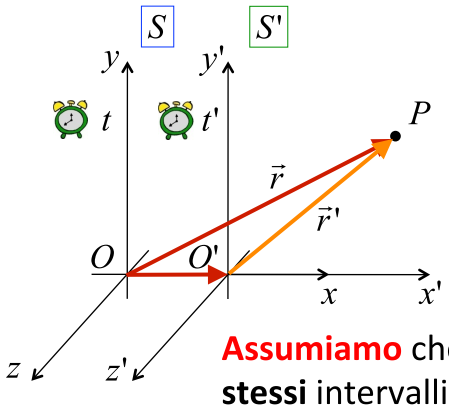
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_t t}$$

Trasformazioni di Galileo

Dunque $\boxed{\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}_t t}$ che, per componenti, diventa:

$$x' = x - v_t t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

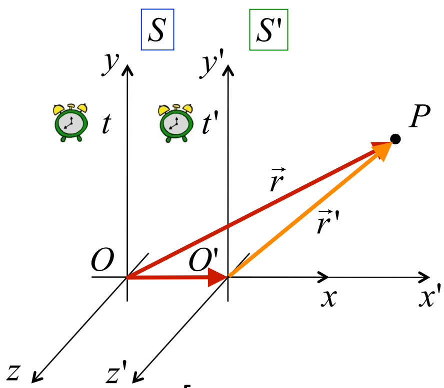


Non basta. Occorre stabilire una regola anche per il tempo.

Assumiamo che gli orologi segnino gli **stessi** intervalli di tempo in S e S′: $\boxed{t' = t}$

Trasformazioni di Galileo

Queste sono le trasformazioni di Galileo:

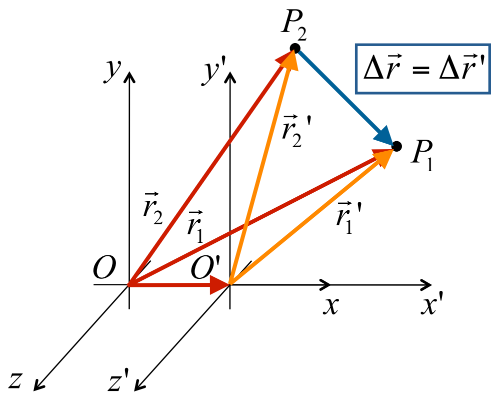


$$\boxed{\begin{cases} x' = x - v_t t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}}$$

[*nota: la forma cambia se S′ è ruotato e/o traslato rispetto a S, ma la sostanza è la stessa*]

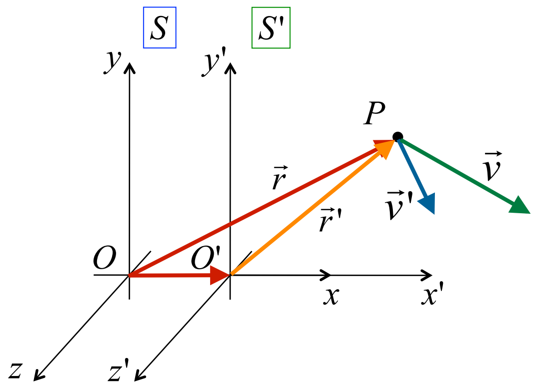
Trasformazioni di Galileo

Per come sono state costruite, le trasformazioni sono tali che la **distanza** tra due punti qualsiasi è un **invariante** !!



Trasformazioni di Galileo

Supponiamo che la particella P sia vista muoversi con velocità $\vec{v}$ in S e con velocità $\vec{v}\,'$ in S'.



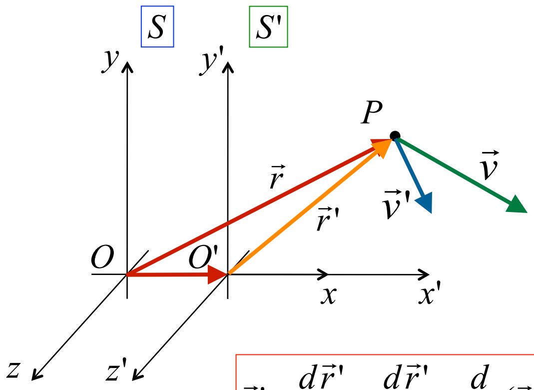
La relazione tra le due velocità si trova calcolando la derivata prima dell'equazione

$$\boxed{\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}_t t}$$

e tenendo conto che $\vec{v}_t$ è costante.

Trasformazioni di Galileo

Supponiamo che la particella P sia vista muoversi con velocità $\vec{v}$ in S e con velocità $\vec{v}'$ in S'.



La relazione tra le due velocità si trova calcolando la derivata prima dell'equazione

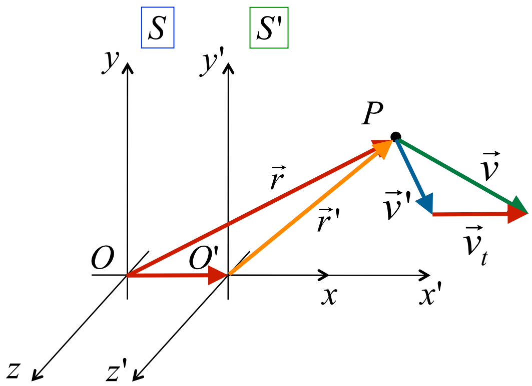
$$\boxed{\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_t t}$$

$$\boxed{\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} - \vec{v}_t t) = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{v}_t = \vec{v} - \vec{v}_t}$$

Trasformazioni di Galileo

Legge di composizione delle velocità (di Galileo)

$$\boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_t}$$



oppure

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_t}$$

Trasformazioni di Galileo

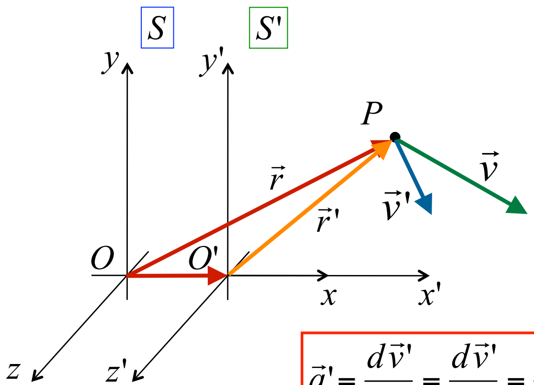
Legge di composizione delle velocità (di Galileo)

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_t}$$

Esempio:
tapis roulant

Trasformazioni di Galileo

Possiamo vedere cosa succede all'accelerazione misurata nei due sistemi di riferimento.



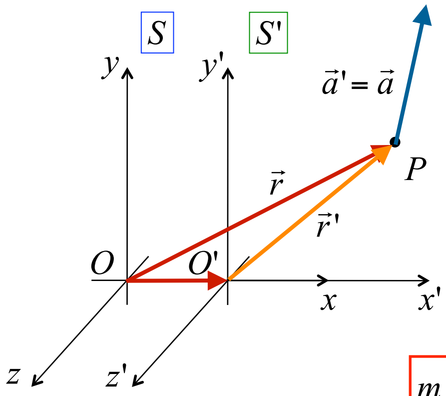
Basta derivare una seconda volta rispetto al tempo.

$$\boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_t}$$

$$\boxed{\vec{a}' = \frac{d\vec{v}'}{dt'} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{v} - \vec{v}_t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}}$$

Trasformazioni di Galileo

Quindi $\boxed{\vec{a}\,' = \vec{a}}$ ⇨ l'accelerazione è invariante **!!**

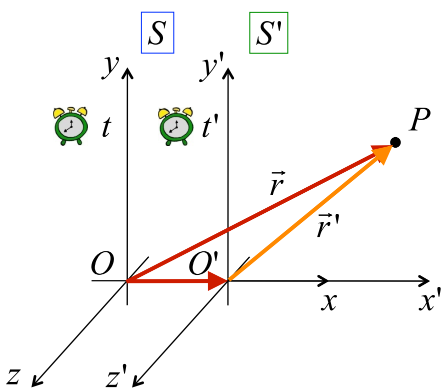


Si misura la stessa accelerazione, dunque se ne dedurrà la stessa causa (forza).

$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$ è invariante **!!**

Trasformazioni di Galileo

Le leggi di Newton sono invarianti per trasformazioni di Galileo tra sistemi di riferimento inerziali **!!**



$$\begin{cases} x' = x - v_t t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

Trasformazioni di Galileo

È del tutto impossibile, sulla base di esperimenti di meccanica condotti esclusivamente all'interno si un sistema di riferimento inerziale, distinguere se quel sistema è in quiete o in moto rettilineo uniforme.

Così abbiamo formalizzato l'idea galileiana del "gran naviglio" .

Sistemi di riferimento inerziali

Ma esistono "*gran navigli*" (sistemi di riferimento) in moto uniforme e "*non fluttuanti in qua e in là*" **??**

Esempio: un laboratorio sulla terra ruota attorno all'asse terrestre con periodo di 24 ore ad una distanza dall'asse pari a $R_T \cos\lambda$, se R_T è il raggio della terra e λ la latitudine. Quindi il laboratorio è accelerato con accelerazione (all'equatore)

$$a_c = R_T\omega^2 = R_T\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cong \frac{4\pi^2 \times 6\times10^6\,\mathrm{m}}{(8.6\times10^4)^2\,\mathrm{s}^2} \cong 0.03\,\mathrm{m/s^2}$$

È dell'ordine di qualche millesimo di g, e può dare effetti osservabili !!

Sistemi di riferimento inerziali

Un laboratorio sulla terra non è inerziale anche per un altro effetto: la rivoluzione attorno al sole con periodo di un anno e raggio circa 150 milioni di Km. Questo moto è associato ad un'accelerazione centripeta

$$a_c = R_{TS}\omega^2 = R_{TS}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cong \frac{4\pi^2 \times 1.5\times 10^{11}\,\mathrm{m}}{(3.15\times 10^7)^2\,\mathrm{s}^2} \cong 0.006\,\mathrm{m/s^2}$$

più piccola di quella precedente, ma non di molto.

Sistemi di riferimento inerziali

Se abbiamo bisogno di una precisione superiore a un centesimo di g, allora è meglio usare il "**sistema delle stelle fisse**", centrato nel sole e con assi orientati verso tre stelle lontane. Anche questo non è del tutto inerziale a causa della rotazione del sole rispetto al centro della galassia, con velocità di circa 250 Km/s e raggio 30000 anni luce. L'accelerazione

$$a_c = \frac{v^2}{R} \cong \frac{(2.5\times 10^5\,\mathrm{m/s})^2}{2.8\times 10^{20}\,\mathrm{m}} \cong 2\times 10^{-10}\,\mathrm{m/s^2}$$

fornisce una stima dell'effetto di non inerzialità. È trascurabile nel campo di applicazione della fisica classica.

L’inerzia e lo spazio assoluto

Una nota a metà tra fisica e filosofia (irrilevante ai fini dell’applicazione pratica della meccanica newtoniana, ma significativa per lo sviluppo della fisica).

Questa ricerca di sistemi inerziali può suggerire due visioni alternative e opposte:

- *I corpi si muovono in uno spazio “assoluto”, indipendente da essi, e in quiete. L’inerzia è una proprietà di ciascun corpo riferito allo spazio assoluto in cui si muove. (Newton)*

- *L’inerzia è un effetto dell’interazione di ciascun corpo con tutti gli altri, inclusi quelli lontani. Lo spazio assoluto non esiste. (Mach)*

Sintesi

Su cosa si basa la meccanica newtoniana:

- ✓ Il principio d’inerzia e il fatto che esistono sistemi di riferimento che sono inerziali con grande precisione (quanto basta)
- ✓ La legge $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$
- ✓ Il principio di azione e reazione
- ✓ Le trasformazioni di Galileo e la relatività galileiana.

Sintesi

Sono assunzioni **fisiche**, nel senso che sintetizzano l'esito di molte osservazioni (esperimenti).

Una vasta classe di fenomeni fornisce misure in accordo con esse.

Tale classe di fenomeni costituisce il **campo di validità** della meccanica classica.

Esercizi

Treno con cannoncino in verticale. Dove ricade il proiettile?

Barca che attraversa il fiume. Assegnata la velocità dell'acqua e quella della barca rispetto all'acqua, quanto dura la traversata? [*es.3.9 Dalba-Fornasini*]

Un disco ruota in un piano a velocità angolare costante e, contemporaneamente, trasla con velocità costante. Calcolare le leggi orarie per il moto di un punto P generico sul disco, a distanza R dal centro. Calcolare velocità e accelerazione del punto P. Tracciare la traiettoria. [*simile all'es. 3.8 Dalba-Fornasini*]